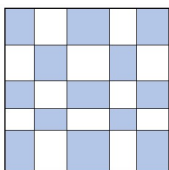
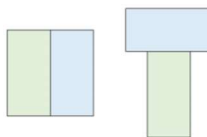
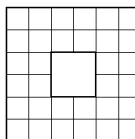
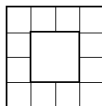


## Блок 18. Периметры и части

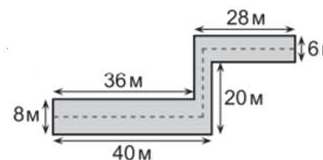
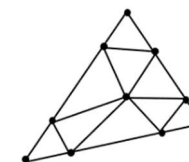
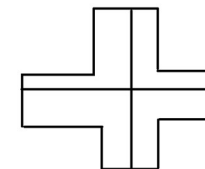
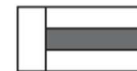
### Задания Интернет-карусели (2020)

- Из 12 квадратов, площадь каждого из которых равна 9, сложили рамку  $12 \times 12$  толщиной в 1 квадрат, как показано на рисунке. Чему равна сторона рамки толщиной в 1 квадрат, составленной из 2020 квадратов, площадь каждого из которых равна 4?
- Из 32 квадратов, площадь каждого из которых равна 4, сложили рамку  $12 \times 12$  толщиной в 2 квадрата, как показано на рисунке. Чему равна **наибольшая возможная** сторона рамки толщиной в 2 квадрата, составленной не более чем из 2020 квадратов, площадь каждого из которых равна 9?
- Вася взял фигуру периметра 50 и разрезал на 13 фигур равного периметра. Длина разрезов оказалась равной 14. Чему равен периметр каждой части?
- Квадрат разрезали на два равных прямоугольника и сложили из них букву фигуру в форме буквы Т. Найдите сторону квадрата, если периметр получившейся фигуры равен 240.
- Клетчатый квадрат  $5 \times 5$  разрезали на 5 клетчатых фигур одинаковой площади. Найдите минимальную возможную длину разрезов. Длина стороны клетки равна 1.
- Клетчатый квадрат  $7 \times 7$  разрезали на 7 клетчатых фигур одинаковой площади. Найдите минимальную возможную длину разрезов. Длина стороны клетки равна 1.
- Большой треугольник Т разделен на треугольные части, как показано на рисунке. В каждом треугольнике все стороны одинаковы. Сторона закрашенного треугольника равна 2. Чему равен периметр треугольника Т?
- Прямоугольник разрезали на несколько прямоугольных частей, некоторые из которых закрасили, как показано на рисунке.



Сумма периметров закрашенных частей равна 390. Чему равен периметр данного прямоугольника?

- Длина горизонтальной стороны прямоугольника, показанного на рисунке, равна 24, длина вертикальной стороны — 12. Он разрезан на четыре прямоугольника одинаковой площади. Чему равен периметр закрашенного прямоугольника?
- Васенька разрезал крест, показанный на рисунке, на 4 части. Углы между соседними сторонами — прямые. Периметры трёх из них равны 12, 13 и 15. Чему равен периметр четвертой части?
- Васенька разрезал крест, показанный на рисунке, на 4 части. Углы между соседними сторонами — прямые. Периметры трёх из них оказались равны 12, 13 и 26. Чему равен периметр креста?
- Прямоугольник состоит из квадратов. Периметр прямоугольника равен 121. Чему равна длина меньшей из его сторон?
- Квадрат со стороной 120 разрезан на 3 прямоугольника с равным периметром. Чему может равняться этот периметр?
- Треугольник, периметр которого равен 18, разделили на треугольники, как показано на рисунке. Периметры всех девяти частей равны  $P$ . Найдите  $P$ .
- На рисунке изображен коридор и указаны размеры.



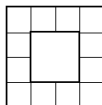
Домовой прошел вдоль пунктирной линии, точно по середине коридора. Сколько метров прошел домовый?

## Блок 18. Периметры и части

### Задания Интернет-карусели (2020). Указания и решения

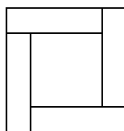
- Задания интернет-карусели традиционно не упорядочены по сложности. При разборе задач можно выбирать иной порядок, например, по методам, используемых при решении.
- Рекомендуем рассмотреть задания группами: задачи № 1-2, задачи № 5-6, задачи № 10-11.

1. Из 12 квадратов, площадь каждого из которых равна 9, сложили рамку  $12 \times 12$  толщиной в 1 квадрат, как показано на рисунке. Чему равна сторона рамки толщиной в 1 квадрат, составленной из 2020 квадратов, площадь каждого из которых равна 4?



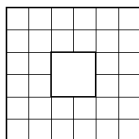
Ответ: 1012.

Решение. Рамку толщиной в 1 квадрат можно разделить на четыре равных клетчатых прямоугольника, как показано на рисунке справа. Каждая часть должна состоять из  $2020 : 4 = 505$  квадратов. Значит, сторона рамки состоит из  $505 + 1 = 506$  квадратов.



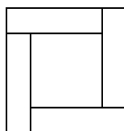
Площадь каждого квадрата равна 4, поэтому длина стороны равна 2. Значит, длина стороны рамки равна  $506 \cdot 2 = 1012$ .

2. Из 32 квадратов, площадь каждого из которых равна 4, сложили рамку  $12 \times 12$  толщиной в 2 квадрата, как показано на рисунке. Чему равна **наибольшая возможная** сторона рамки толщиной в 2 квадрата, составленной не более чем из 2020 квадратов, площадь каждого из которых равна 9?



Ответ: 762.

Решение. Рамку толщиной в 2 квадрата можно разделить на четыре равных клетчатых прямоугольника, как показано на рисунке справа. Меньшая сторона — две стороны квадрата, поэтому большая не превосходит  $[2020 : 8] = 252$ . Значит, сторона рамки состоит не более чем из  $252 + 2 = 254$  квадратов.



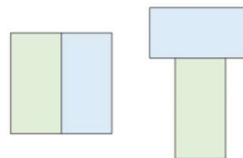
Площадь каждого квадрата равна 9, поэтому длина стороны равна 3. Значит, длина стороны рамки равна  $254 \cdot 3 = 762$ .

3. Вася взял фигуру периметра 50 и разрезал на 13 фигур равного периметра. Длина разрезов оказалась равной 14. Чему равен периметр каждой части?

Ответ: 6.

Решение. В сумму периметров частей разрезы входят дважды, а периметр фигуры — один раз. Поэтому сумма периметров частей равна  $50 + 2 \cdot 14 = 78$ . Периметры всех частей одинаковы, значит, периметр каждой равен  $78 : 13 = 6$ .

4. Квадрат разрезали на два равных прямоугольника и сложили из них букву фигуру в форме буквы Т.



Найдите сторону квадрата, если периметр получившейся фигуры равен 240.

Ответ: 48.

Решение. Квадрат разрезали на два равных прямоугольника, у каждого ширина вдвое меньше длины; пусть ширина равна  $x$ , длина —  $2x$ .

У данной фигуры (в форме буквы Т) сумма длин горизонтальных сторон равна  $2 \cdot 2x = 4x$ , вертикальных —  $2 \cdot (x + 2x) = 6x$ .

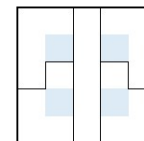
Периметр всей фигуры равен  $4x + 6x = 10x = 240$ , откуда  $x = 24$ .

Искомая сторона квадрата равна  $2x = 48$ .

5. Клетчатый квадрат  $5 \times 5$  разрезали на 5 клетчатых фигур одинаковой площади. Найдите минимальную возможную длину разрезов. Длина стороны клетки равна 1.

Ответ: 16.

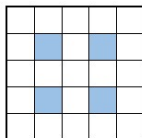
Решение. На рисунке справа показан способ разрезания, при котором длина разрезов равна 16. Покажем, что она не может быть меньше 16.



Длину разрезов можно найти следующим образом: сложить периметры частей, вычесть периметр квадрата и результат поделить пополам. Это следует из того, что в сумму периметров частей разрезы входят дважды, а периметр квадрата — один раз. Вывод: чем меньше сумма периметров частей, тем меньше сумма длин разрезов.

Каждая часть должна состоять из 5 клеток. Заметим, если часть не содержит квадрат  $2 \times 2$ , то её периметр равен 12; если это квадрат  $2 \times 2$  с одной добавленной клеткой, то периметр равен 10 (что меньше 12).

Нельзя разместить на доске  $5 \times 5$  более 4 частей, содержащих квадрат  $2 \times 2$ , так как каждый квадрат  $2 \times 2$  будет занимать одну из 4 клеткой, выделенных на рисунке справа.



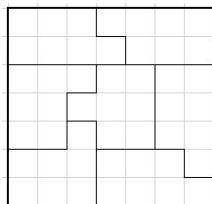
Значит, минимально возможный случай, когда есть 4 фигуры с квадратами  $2 \times 2$ , а одна — без него. В этом случае длина разрезов равна  $((4 \cdot 10 + 12) - 5 \cdot 4) : 2 = 16$ . Пример, как такое возможно, показан ранее.

6. Клетчатый квадрат  $7 \times 7$  разрежали на 7 клетчатых фигур одинаковой площади. Найдите минимальную возможную длину разрезов. Длина стороны клетки равна 1.

Ответ: 28.

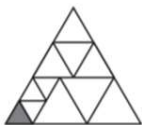
Решение. Длину разрезов можно найти следующим образом: сложить периметры частей, вычесть периметр квадрата и результат поделить пополам. Это следует из того, что в сумму периметров частей разрезы входят дважды, а периметр квадрата — один раз. Вывод: чем меньше сумма периметров частей, тем меньше сумма длин разрезов.

Каждая часть должна состоять из 7 клеток. Перебором можно обнаружить, что наименьший возможный периметр имеют части, состоящие из прямоугольника  $2 \times 3$  и одной клетки. В этом случае периметр части равен 12. Длина разрезов будет минимальна, если поделить квадрат на такие фигуры. Это возможно, пример показан на рисунке справа.



В этом случае длина разрезов равна  $(7 \cdot 12 - 7 \cdot 4) : 2 = 28$ .

7. Большой треугольник Т разделен на треугольные части, как показано на рисунке.



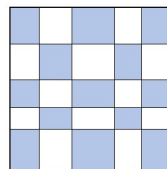
В каждом треугольнике все стороны одинаковы. Сторона закрашенного треугольника равна 2. Чему равен периметр треугольника Т?

Ответ: 30.

Решение. В стороне большего треугольника из нижнего ряда содержится две стороны отмеченного маленького треугольника, поэтому сторона такого

треугольника равна 4. Тогда сторона треугольника Т равна  $2 + 4 + 4 = 10$ , его периметр  $3 \cdot 10 = 30$ .

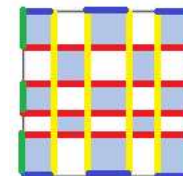
8. Прямоугольник разрежали на несколько прямоугольных частей, некоторые из которых закрасили, как показано на рисунке.



Сумма периметров закрашенных частей равна 390. Чему равен периметр данного прямоугольника?

Ответ: есть бесконечно много вариантов.

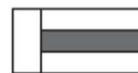
Решение. Суммарный периметр закрашенных частей равен сумме длин желтых, красных, синих и зеленых отрезков, показанных на рисунке справа. Сумма длин желтых и красных отрезков — удвоенный периметр всего прямоугольника.



Если каждый синий отрезок уменьшить на  $2x$ , а каждый красный увеличить на  $3x$ , то сумма периметров закрашенных частей не изменится (так как  $6 \cdot 2x = 4 \cdot 3x$ ). При этом периметр данного прямоугольника увеличится на  $2 \cdot 3x = 6x$ .

Так как величина  $x$  может принимать бесконечно много решений, то ответов в данной задаче бесконечно много.

9. Длина горизонтальной стороны прямоугольника, показанного на рисунке, равна 24, длина вертикальной стороны — 12. Он разрезан на четыре прямоугольника одинаковой площади. Чему равен периметр закрашенного прямоугольника?



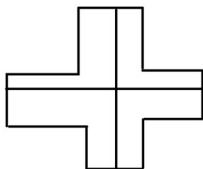
Ответ: 44.

Решение. Площадь левой части составляет четверть всей площади, поэтому горизонтальная сторона этой части — четверть всей стороны прямоугольника, она равна  $24 : 4 = 6$ . Отсюда, длина горизонтальной стороны закрашенной части равна  $24 - 6 = 18$ .

Три части, расположенные справа, равны, поэтому длины из вертикальных сторон равны  $12 : 3 = 4$ .

Тогда искомый периметр равен  $2 \cdot (18 + 4) = 44$ .

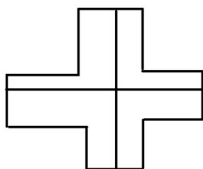
10. Васенька разрезал крест, показанный на рисунке, на 4 части. Углы между соседними сторонами — прямые. Периметры трёх из них равны 12, 13 и 15. Чему равен периметр четвертой части?



Ответ: 10, 14, 16.

Решение. Сумма периметров двух противоположных частей равна сумме двух оставшихся частей, так как они состоят из равных сторон. Отсюда следует, что периметр четвертой части равен  $12 + 13 - 15 = 10$ ,  $12 + 15 - 13 = 14$  или  $15 + 13 - 12 = 16$ . Не трудно показать, что все три варианта возможны.

11. Васенька разрезал крест, показанный на рисунке, на 4 части. Углы между соседними сторонами — прямые. Периметры трёх из них оказались равны 12, 13 и 26. Чему равен периметр креста?



Ответ: 38 или 39.

Решение. Рассмотрим две противоположные части креста. Сумма длин его горизонтальных сторон составляет две длины креста, а сумма его вертикальных сторон — две ширины креста. При этом периметр креста равен — две ширины и две высоты. Значит, сумма периметров противоположных частей равна периметру всего креста.

Вывод 1: периметр креста более 26 (так как периметр одной из частей равен 26).

Вывод 2: периметр креста  $12 + 13 = 25$ ,  $12 + 26 = 38$  или  $13 + 26 = 39$ . Первый вариант противоречит выводу 1, два других возможны.

12. Прямоугольник состоит из квадратов. Периметр прямоугольника равен 121. Чему равна длина меньшей из его сторон?



Ответ: 22.

Решение. Прямоугольник разделен на маленькие, средний и большой квадраты. Из рисунка получаем, что если сторона маленького квадрата равна  $x$ , сторона среднего —  $3x$ , сторона большого квадрата —  $3x + x = 4x$ .

Тогда длины сторон прямоугольника равны  $4x$  и  $4x + 3x = 7x$ , периметр равен  $2(7x + 4x) = 22x = 121$ , откуда  $2x = 121/11 = 11$ , меньшая сторона прямоугольника равна  $4x = 2 \cdot 11 = 22$ .

13. Квадрат со стороной 120 разрезан на 3 прямоугольника с равным периметром. Чему может равняться этот периметр?

Ответ: 300 или 320.

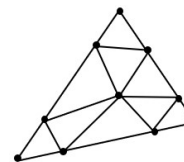
Решение. Квадрат можно разрезать на 3 прямоугольника двумя способами:



В первом случае все части равны, стороны равны 120 и  $120 : 3 = 40$ , периметр части равен  $2 \cdot (120 + 40) = 320$ .

Во втором случае две нижние части равны, их ширина  $120 : 2 = 60$ . Если их длина равна  $x$ , то их периметр  $120 + 2x$ . При этом у верхней части длина равна 120, ширина равна  $120 - x$ , периметр равен  $2 \cdot (120 + 120 - x) = 480 - 2x$ . Получаем уравнение  $480 - 2x = 120 + 2x$ , откуда  $x = 90$ . Искомый периметр равен  $(60 + 90) \cdot 2 = 300$ .

14. Треугольник, периметр которого равен 18, разделили на треугольники, как показано на рисунке.

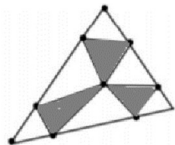


Периметры всех девяти частей равны  $P$ . Найдите  $P$ .

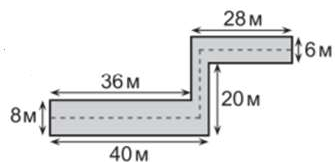
Ответ: 6.

Указание. Периметр равен сумме периметров трёх частей.

Решение. Закрасим три части, как показано на рисунке справа. Суммарный периметр белых частей состоит из периметров всех черных частей и периметра большого треугольника. То есть  $9P = 3P + 18$ , откуда  $P = 6$ .



15. На рисунке изображен коридор и указаны размеры.



Домовой прошел вдоль пунктирной линии, точно по середине коридора. Сколько метров прошел домовой?

Ответ: 83.

Решение. По горизонтали домовой прошел  $40 + 28 - (40 - 36) = 64$  метра, по вертикали —  $20 - 8 : 2 + 6 : 2 = 19$  метров. Итого  $64 + 19 = 83$  метра.