

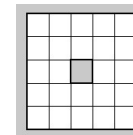
Математика, 6 класс (ТМО) (11 июня 2020)

- Математическая интернет-карусель 6 классов прошла 11 июня 2020 с 13:00 до 15:00 в рамках июньского онлайн-турнира математических боев и математических игр для команд Московской области. В ней приняли участие 132 команда, из которых 23 — участники указанного турнира.

Задания карусели

1. Сумма трех чисел равна 5. Известно, что первое число на 25 % меньше второго и на 3 больше третьего. Найдите второе число.
2. В верном равенстве одинаковыми буквами заменили одинаковые цифры, разными — разные. Получили ребус ЭХА + ЭХ + ХА = 229. Какое число зашифровано как ЭХА?
3. На двух складах хранилось по 540 кг конфет. Каждый день с первого склада увозили по 25 кг конфет, а со второго — по 15 кг. Через сколько дней масса конфет на втором складе станет в 6 раз больше массы конфет на первом складе?
4. Натуральное число N при делении на 12 даёт остаток 2. Какой остаток при делении на 12 даёт число $10N$?
5. Найдите все трехзначные числа, делящиеся на 45, у которых первая цифра отличается от второй на такое же число, как вторая от третьей.
6. Какой цифрой заканчивается значение выражения $7 + 7^2 + 7^3 + \dots + 7^{40}$?
7. Квадрат 7×7 полностью покрыли непересекающимися прямоугольниками, границы которых идут по сторонам клеток. Потом эти прямоугольники раскрасили в красный, зеленый и желтый цвет так, чтобы одноцветные прямоугольники не имели даже общих углов. Какое могло быть максимальное количество прямоугольников?
8. У Ивана есть 100 монет номиналами в 1 и 5 копеек. При этом хотя бы одна монета пятикопеечная, а из любых двух монет хотя бы одна — однокопеечная. Сколько всего денег (в копейках) у Ивана?
9. Три газеты перед началом сезона сделали прогнозы, сколько голов забьет за сезон лучший бомбардир команды «Ливер». Первая газета: «Больше 20». Вторая газета: «Больше 28». Третья газета: «Больше 25». Оказалось, что только два прогноза из трех оказались верны. Сколько голов он мог забить?
10. Библиотека открыта только по понедельникам, четвергам и нечетным числам месяца. Какое максимальное число дней подряд может быть открыта библиотека?
11. Автобусные билеты имеют номера от 000000 до 999999. *Счастливыми* называются билеты, у которых сумма первых трех цифр равна сумме последних трех цифр. *Несчастливыми* будем называть билеты, в номерах которых содержатся ровно три

- шестерки, идущие подряд. Сколько билетов являются одновременно *счастливыми* и *несчастливыми*?
12. Кондитер продает четыре вида пирожных: с карамелью, с орехами, с медом и с шоколадом. Количество пирожных без учета карамельных равно 162, без учета ореховых — 158, без учета медовых — 150, а без учета шоколадных — 160. Сколько медовых пирожных у кондитера?
 13. Трёхзначное число N в 12 раз больше суммы своих цифр. Найдите все такие трёхзначные числа N .
 14. На полянке грелись несколько зеленых и коричневых хамелеонов. После того, как один коричневый хамелеон позеленел, зеленых и коричневых хамелеонов стало поровну. Потом еще три коричневых хамелеона позеленели, и тогда зеленых хамелеонов стало вдвое больше, чем *коричневых*. Сколько всего хамелеонов было на полянке?
 15. Турист выехал из турбазы на байдарке против течения в 10 часов 15 минут с обязательством вернуться обратно не позднее 13 часов того же дня. Скорость течения — 1,4 км/ч, скорость байдарки в стоячей воде — 3 км/ч. На какое максимальное расстояние в километрах турист может отплыть от турбазы, если через каждые 30 минут гребли он 15 минут отдыхает, не причаливая к берегу, и может повернуть назад только после отдыха?
 16. Окрашенный снаружи куб распилили на 1000 одинаковых кубиков. Во сколько раз количество неокрашенных граней у получившихся кубиков оказалось больше количества окрашенных?
 17. В первом сосуде находилось 100 граммов 10 %-го раствора сиропа, во втором сосуде — 200 граммов 20 %-го раствора этого же сиропа, и так далее, в десятом сосуде находилось 1000 граммов 100 %-го раствора сиропа. Содержимое всех этих сосудов вылили в один большой пустой сосуд. Сколько процентов составляет концентрация раствора, полученного таким образом?
 18. Миша написал на доске несократимую обыкновенную дробь, у которой сумма числителя и знаменателя равна 2019. Он отнял от числителя 1, от знаменателя отнял 2, сократил дробь и получил $3/4$. Чему был равен знаменатель изначальной дроби?
 19. Дана клетчатая фигура, показанная на рисунке справа. Её нужно разрезать по линиям сетки на 4 равные части. Сколькими способами это можно сделать? Способы считаются различными, если в результате получаются разные фигурки.



20. У Ани, Бори, Васи и Гены было на всех 46 конфет. После того, как Аня съела одну свою конфету, Боря — две конфеты, Вася — три конфеты, а Гена —



половину своих конфет, у всех стало поровну конфет. Сколько конфет было у Ани изначально?

21. Два десятка чубриков стоят столько же (в тугриках), сколько чубриков можно купить на 500 тугриков. Сколько тугриков стоит десяток чубриков?
22. В лагерь приехали 206 детей, которых разделили на отряды по 10 и 17 детей в каждом. Сколько получилось отрядов по 10 детей?



Математика, 6 класс (ТМО) (11 июня 2020)

Задания карусели, ответы и указания

1. Сумма трех чисел равна 5. Известно, что первое число на 25 % меньше второго и на 3 больше третьего. Найдите второе число.

Ответ: 3,2.

2. В верном равенстве одинаковыми буквами заменили одинаковые цифры, разными — разные. Получили ребус ЭХА + ЭХ + ХА = 229. Какое число зашифровано как ЭХА?

Ответ: 157.

3. На двух складах хранилось по 540 кг конфет. Каждый день с первого склада увозили по 25 кг конфет, а со второго — по 15 кг. Через сколько дней масса конфет на втором складе станет в 6 раз больше массы конфет на первом складе?

Ответ: 20.

Решение. Пусть это произойдет через x дней, то $6 \cdot (540 - 25x) = 540 - 15x$, откуда $x = 20$.

4. Натуральное число N при делении на 12 даёт остаток 2. Какой остаток при делении на 12 даёт число $10N$?

Ответ: 8.

5. Найдите все трехзначные числа, делящиеся на 45, у которых первая цифра отличается от второй на такое же число, как вторая от третьей.

Ответ: 135, 585, 630, 765.

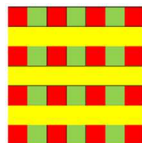
6. Какой цифрой заканчивается значение выражения $7 + 7^2 + 7^3 + \dots + 7^{40}$?

Ответ: 0.

7. Квадрат 7×7 полностью покрыли непересекающимися прямоугольниками, границы которых идут по сторонам клеток. Потом эти прямоугольники раскрасили в красный, зеленый и желтый цвет так, чтобы одноцветные прямоугольники не имели даже общих углов. Какое могло быть максимальное количество прямоугольников?

Ответ: 31.

Решение. Пример разрезания на 31 прямоугольник показан справа. Каждый узел — угол не более 2 прямоугольников (иначе два одноцветных будут иметь общий угол). Всего 60 таких узлов и 4 угла квадрата, поэтому у частей не более $60 \cdot 2 + 4 = 124$ углов, а всего частей не более $124 : 4 = 31$.



8. У Ивана есть 100 монет номиналами в 1 и 5 копеек. При этом хотя бы одна монета пятикопеечная, а из любых двух монет хотя бы одна — однокопеечная. Сколько всего денег (в копейках) у Ивана?

Ответ: 104.

9. Три газеты перед началом сезона сделали прогнозы, сколько голов забьет за сезон лучший бомбардир команды «Ливер». Первая газета: «Больше 20». Вторая газета: «Больше 28». Третья газета: «Больше 25». Оказалось, что только два прогноза из трех оказались верны. Сколько голов он мог забить?

Ответ: 26, 27, 28.

Решение. Если был бы верен второй прогноз ("Больше 28"), то были бы верны и остальные, а среди прогнозов должен быть ложный. Значит, второй прогноз ложный, и команды забили не более 28 голов. При этом два остальных прогноза верны, и значит число голов больше 25 и меньше или равно 28. Подходят числа 26, 27, 28.

10. Библиотека открыта только по понедельникам, четвергам и нечетным числам месяца. Какое максимальное число дней подряд может быть открыта библиотека?

Указание. Например, это могут быть такие дни: 29 января (вс), 30 января (пн), 31 января (вт), 1 февраля (ср), 2 февраля (чт), 3 февраля (пт).

11. Автобусные билеты имеют номера от 000000 до 999999. *Счастливыми* называются билеты, у которых сумма первых трех цифр равна сумме последних трех цифр. *Несчастливыми* будем называть билеты, в номерах которых содержатся ровно три шестерки, идущие подряд. Сколько билетов являются одновременно *счастливыми* и *несчастливыми*?

Ответ: 210.

Решение. Искомые номера имеют вид $666***$, $*666**$, $**666*$, $***666$. При этом одинаковое количество билетов 1 и 4 типа, 2 и 3 типа.

(1) У номеров типа $666***$ сумма последних трёх цифр равна 18. Перебирая значения первой цифры, не сложно искать количество вариантов. Таким перебором можно обнаружить, что таких номеров 48.

(2) У билетов типа $a666bc$ должно выполняться $a + 6 = b + c$. Несложным перебором можно обнаружить, что таких номеров 57.

Итого $2(48 + 57) = 210$ билетов.

12. Кондитер продает четыре вида пирожных: с карамелью, с орехами, с медом и с шоколадом. Количество пирожных без учета карамельных равно 162, без учета

ореховых — 158, без учета медовых — 150, а без учета шоколадных — 160. Сколько медовых пирожных у кондитера?

Ответ: 60.

13. Трёхзначное число N в 12 раз больше суммы своих цифр. Найдите все такие трёхзначные числа N .

Ответ: 108.

Указание. Сумма цифр числа N не более $9 + 9 + 9 = 27$, значит, N не более $27 \cdot 12 = 324$. Тогда сумма цифр числа N не более $2 + 9 + 9 = 20$, значит, N не более $20 \cdot 12 = 240$. Достаточно проверить числа от 100 до 240, кратные 12, их 11 штук.

14. На полянке грелись несколько зеленых и коричневых хамелеонов. После того, как один коричневый хамелеон позеленел, зеленых и коричневых хамелеонов стало поровну. Потом еще три коричневых хамелеона позеленели, и тогда зеленых хамелеонов стало вдвое больше, чем **коричневых**. Сколько всего хамелеонов было на полянке?

Ответ: 18.

15. Турист выехал из турбазы на байдарке против течения в 10 часов 15 минут с обязательством вернуться обратно не позднее 13 часов того же дня. Скорость течения — 1,4 км/ч, скорость байдарки в стоячей воде — 3 км/ч. На какое максимальное расстояние в километрах турист может отплыть от турбазы, если через каждые 30 минут гребли он 15 минут отдыхает, не причаливая к берегу, и может повернуть назад только после отдыха?

Ответ: 1,7.

Решение. Прежде чем повернуть, гребец должен проплыть целое количество отрезков времени по 45 минут. За каждый такой кусок он за 30 минут проплывает против течения 0,8 км, за 15 минут отдыха его сносит обратно на 0,35 км; в итоге он продвигается на 0,45 км.

От 10:15 до 13:00 всего 165 минут, куда помещается только 3 отрезка по 45 минут. За 3 отрезка он удалится от базы на $0,45 + 0,45 + 0,8 = 1,7$ км.

Остаётся убедиться, что он успеет вернуться, удаляясь от базы 3 отрезка времени. Когда он удалится на расстояние 1,7 км, его 15 мин его будет сносить течением на 0,35 км. Останется 1,35 км и 30 минут движения по течению, за которые он может проплыть 2,2 км, что более 1,35 км.

16. Окрашенный снаружи куб распилили на 1000 одинаковых кубиков. Во сколько раз количество неокрашенных граней у получившихся кубиков оказалось больше количества окрашенных?

Ответ: 9.

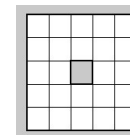
17. В первом сосуде находилось 100 граммов 10 %-го раствора сиропа, во втором сосуде — 200 граммов 20 %-го раствора этого же сиропа, и так далее, в десятом сосуде находилось 1000 граммов 100 %-го раствора сиропа. Содержимое всех этих сосудов вылили в один большой пустой сосуд. Сколько процентов составляет концентрация раствора, полученного таким образом?

Ответ: 70.

18. Миша написал на доске несократимую обыкновенную дробь, у которой сумма числителя и знаменателя равна 2019. Он отнял от числителя 1, от знаменателя отнял 2, сократил дробь и получил $\frac{3}{4}$. Чему был равен знаменатель изначальной дроби?

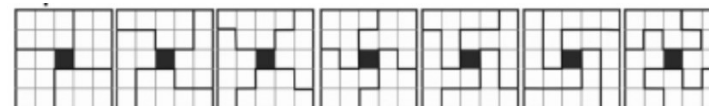
Ответ: 1154.

19. Дана клетчатая фигура, показанная на рисунке справа. Её нужно разрезать по линиям сетки на 4 равные части. Сколькими способами это можно сделать? Способы считаются различными, если в результате получаются разные фигурки.



Ответ: 7.

Указание. Возможны такие разрезания:



20. У Ани, Бори, Васи и Гены было на всех 46 конфет. После того, как Аня съела одну свою конфету, Боря — две конфеты, Вася — три конфеты, а Гена — половину своих конфет, у всех стало поровну конфет. Сколько конфет было у Ани изначально?

Ответ: 9.

Решение. Если в конце у всех оказалось по x конфет, то изначально у Гены было $2x$ конфет, у Васи — $x + 3$ конфеты, у Бори — $x + 2$ конфеты, а у Ани — $x + 1$ конфета. Тогда $2x + (x + 3) + (x + 2) + (x + 1) = 46$, откуда $x = 8$. Тогда изначально у них было соответственно 9, 10, 11 и 16 конфет.

21. Два десятка чубриков стоят столько же (в тугриках), сколько чубриков можно купить на 500 тугриков. Сколько тугриков стоит десяток чубриков?

Ответ: 50

Указание. Если два десятка чубриков стоят x тугриков, то выполнено

$$\frac{20}{x} = \frac{x}{500}$$

Откуда $x \cdot x = 10000$, $x = 100$. Значит, десяток чубриков стоит 50 тугриков.

22. В лагерь приехали 206 детей, которых разделили на отряды по 10 и 17 детей в каждом. Сколько получилось отрядов по 10 детей?

Ответ: 7.

Решение. Общее количество детей в отрядах по 10 человек делится на 10, то есть оканчивается нулем. Это значит, что суммарное количество детей в отрядах по 17 человек должно оканчиваться на 6. В таблице умножения на 7 только число 8 дает на конце 6, поэтому количество отрядов по 17 детей оканчивается на 8.

Если оно равно 8, то получается $17 \cdot 8 = 136$ (детей) в этих отрядах, $206 - 136 = 70$ детей в отрядах по 10 человек, то есть $70 : 10 = 7$ таких отрядов.

Если число отрядов по 17 человек больше 8 (18, 28, 38, ...), то сумме это дало бы больше 206 детей, что противоречит условию задачи.