

## Блок 1. Задачи на движение

### Задания Интернет-карусели (2020-2021)

1. Поезд проехал 50 км между Ярославлем и Ростовом со скоростью 60 км/ч. Прибыл ровно через час, так как была одна остановка. Сколько минут на ней стоял поезд?
2. Часы со стрелками показывают 3 часа 30 минут. Через сколько минут минутная стрелка в третий раз окажется ровно напротив часовой?
3. Петя выехал на мотоцикле по шоссе со скоростью 20 км/ч. В 20 км от точки старта находится постамент, на котором стоит танк Т-34. Петя остановился на 10 минут около танка, рассмотрел его и поехал дальше. Через сколько минут после старта Петя находился от танка на расстоянии 5 км?
4. Петя выехал на мотоцикле по шоссе со скоростью 20 км/ч. В 10 км и в 15 км от точки старта находятся два пункта ДПС. Через сколько минут после старта сумма расстояний от Пети до этих пунктов равна 15 км?
5. Часы со стрелками показывают полдень. Ровно через час стрелки совпали. Это произошло от того, что они спешат. Через сколько часов такие часы вновь покажут верное время?
6. Родион выписал 95 последовательных натуральных чисел. Оказалось, что 187 цифр. Какое наименьшее из чисел, выписанных Родионом?
7. На видимой части эскалатора 200 ступенек. Вася начал спускаться по эскалатору, идущему вверх, со скоростью 2 ступеньки в секунду. В итоге он насчитал 300 ступенек. Сколько ступенек насчитал бы Вася, если стал бы спускаться по этому эскалатору со скоростью 4 ступеньки за секунду?
8. Пёс Шарик бежит вдоль забора, у которого через равные промежутки стоят столбы. От первого столба до третьего он бежит за 6 секунд. За сколько секунд он пробежит от третьего столба до десятого? (Ширину столбов считать нулевой).
9. Поезд едет со скоростью 60 км/ч. Он догнал поезд, идущий со скоростью 36 км/ч, и начал его перегонять. Обгон продолжался 5 минут, в течение которых какие-то части поездов находились напротив друг друга. Длина быстрого поезда 900 метров. Сколько метров составляет длина медленного поезда?
10. Первокласник Матвей говорит, что он на самокате проезжает 1 км за 20 минут. Он верно определяет расстояние в 1 метр и промежуток времени в 1 час. Но считает, что в километре 600 метров, а в часе 100 минут. Найдите скорость, с которой Матвей едет на самокате.

11. Поезд едет со скоростью 80 км/ч. Он повстречал поезд, идущий навстречу со скоростью 40 км/ч по соседнему пути. В течение 3 минут какие-то части поездов находились напротив друг друга. Длина медленного поезда 800 метров. За сколько секунд быстрый поезд проезжает столб (ширину которого можно считать нулевой)?
12. Пес со скоростью 3 м/с догоняет кота, бегущего от него со скоростью 2 м/с. Через минуту пес догнал кота. Сколько метров было между ними, когда началась погоня?
13. Братья Петя и Вася каждое утро проезжают на велосипеде по одному и тому же маршруту, выезжая из дома и туда же возвращаясь. Сегодня они выехали одновременно. Спустя ровно час Пете оставалось ехать еще 1 км, а Вася уже 20 минут как вернулся домой. Найдите скорость Пети, если она на 8 км/ч меньше скорости Васи.
14. Ваня и Маша вышли одновременно навстречу друг другу из соседних деревень, находящихся на расстоянии 14 км друг от друга. Скорость Вани — 6 км/ч, скорость Маши — 5 км/ч. В какой-то момент Маша остановилась и через полчаса к ней пришёл Ваня. Сколько минут прошло от выхода ребят до их встречи?
15. Петя считает натуральное число хорошим, если в его записи **все цифры различны**, а любые две соседние цифры отличаются не менее чем на 7. Он сделал список всех хороших чисел, выписав их в порядке возрастания. Какое число предпоследнее в этом списке?
16. Поезд едет со скоростью 60 км/ч. Посёлок Дальний расположен вдоль дороги на протяжении 200 метров. Поезд проезжает мимо посёлка за 1 минуту и 21 секунду. Найдите длину поезда.
17. Турист Афанасий может пройти маршрут длиной 138 км одним из 2 способов: (1) идти со скоростью 5 км/ч и каждые 6 часов делать привал на 30 минут, (2) идти со скоростью 6 км/ч и каждые 5 часов делать привал на полтора часа. Он выбрал тот способ, который займёт меньше времени. За сколько часов Афанасий преодолеет маршрут?
18. Пёс и Кот едят большую и длинную сосиску, начиная с разных концов. Пёс в одиночку съедает такую сосиску за 4 минуты, Кот — за 6 минут. За какое время они съедят сосиску вместе?

## Блок 1. Задачи на движение

### Задания Интернет-карусели (2020-2021), ответы и решения

1. Поезд проехал 50 км между Ярославлем и Ростовом со скоростью 60 км/ч. Прибыл ровно через час, так как была одна остановка. Сколько минут на ней стоял поезд?

Ответ: 10 минут.

Решение. Поезд проезжает 60 км за 60 мин, значит, его скорость 1 км/мин. Расстояние 50 км поезд проезжает за 50 минут. Он потратил на путь 60 минут, значит, длительность остановки  $60 - 50 = 10$  минут.

2. Часы со стрелками показывают 3 часа 30 минут. Через сколько минут минутная стрелка в третий раз окажется ровно напротив часовой?

Ответ: 150 минут.

Указание. Это будет ровно в 18:00.

Решение. Не трудно заметить, что впервые минутная стрелка окажется напротив часовой между 15:30 и 16:00, второй раз — между 16:00 и 17:00, а после 17:00 — ровно в 18:00. От 15:30 до 18:00 проходит 2 часа 30 минут или 150 минут.

Комментарий. Такая же «хитрость» в такой задаче.

✓ Часы со стрелками показывают 3 часа 30 минут. Через сколько минут минутная стрелка в седьмой раз поравняется с часовой?

Решение. Стрелки встретятся впервые лишь между 5-ю и 6-ю часами, второй раз — между 6-ю и 7-ю, третий раз — между 7-ю и 8-ю, и далее между 8 и 9, 9 и 10, 10 и 11, и, наконец, между 11 и 12, когда они совпадут ровно в 12 часов. От 4:45 до 12:00 проходит 435 минут.

3. Петя выехал на мотоцикле по шоссе со скоростью 20 км/ч. В 20 км от точки старта находится постамент, на котором стоит танк Т-34. Петя остановился на 10 минут около танка, рассмотрел его и поехал дальше. Через сколько минут после старта Петя находился от танка на расстоянии 5 км?

Ответ: через 45 и 85 минут.

Решение. Сначала Петя был в 5 км, не доезжая танка: проехал 15 км за  $15 : 20 = 3/4$  часа = 45 минут. Затем Петя был в 5 км от танка, когда продолжил путь: он проехал 25 км за  $25 : 20 = 5/4$  часа = 75 минут. Осталось к этому времени добавить 10 минут, потраченных во время остановки, итого  $75 + 10 = 85$  мин.

4. Петя выехал на мотоцикле по шоссе со скоростью 20 км/ч. В 10 км и в 15 км от точки старта находятся два пункта ДПС. Через сколько минут после старта сумма расстояний от Пети до этих пунктов равна 15 км?

Ответ: через 15 или 60 минут.

Указание. Сумма расстояний равна 15 км в 5 км до первого пункта и в 5 км после второго.

Решение. Рассмотрим 3 случая.

(1) Когда Петя не доехал до первого пункта ДПС, расстояние до второго пункта было на 5 км больше расстояния до первого. Значит, указанная сумма была равна 15 км в  $(15 - 5) : 2 = 5$  км от первого пункта. До этого момента Петя проехал  $10 - 5 = 5$  км за  $5 : 20 = 1/4$  часа = 15 минут.

(2) Когда Петя был между пунктами ДПС, сумма расстояний до них была равна 5 км, что меньше 15 км.

(3) Когда Петя проехал второй пункт ДПС, расстояние до первого пункта было на 5 км больше расстояния до второго. Значит, указанная сумма была равна 15 км в  $(15 - 5) : 2 = 5$  км после второго пункта. До этого момента Петя проехал  $15 + 5 = 20$  км за час (60 минут).

5. Часы со стрелками показывают полдень. Ровно через час стрелки совпали. Это произошло от того, что они спешат. Через сколько часов такие часы вновь покажут верное время?

Ответ: через 132 часа.

Решение. Пусть весь оборот за 12 часов равен 12. За 12 часов стрелки совпадают ровно 11 раз через равные промежутки времени. Значит, скорость часовой стрелки плохих часов равна  $12/11$  полных оборотов за 12 часов. Она опережает верно идущую часовую стрелку на  $1/11$  оборотов за 12 часов. Догонят на полный оборот  $12 \cdot 11 = 132$  часов.

6. Родион выписал 95 последовательных натуральных чисел. Оказалось, что 187 цифр. Какое наименьшее из чисел, выписанных Родионом?

Ответ: 6.

Указание. Если выписаны все двузначные числа, то выписано 90 чисел и 180 цифр. Возможно, еще выписано 100 и 9, 8, 7, 6.

Решение. Возьмем группу из 95 последовательных чисел и найдём количество выписанных цифр. Если взять следующую группу, то количество цифр в ней будет либо таким же, либо увеличится. Действительно, если в первой группе числа

от  $n$  до  $n + 94$ , то вторая получается из неё заменой  $n$  на  $n + 95$ . В числе  $n + 95$  не меньше цифр, чем в  $n$ .

Теперь достаточно заметить, что в группе от 6 до 100 ровно 95 чисел и ровно 187 цифр. При этом все предыдущие группы содержат меньше цифр, а все последующие — больше.

Комментарий. Исходя из указания, можно показать, как группа последовательных чисел находится однозначно. В решении показаны рассуждения, в которых дан ответ (его нетрудно проверить) и показано, что он единственный. Оба способа выполняют основное требование к решению любой задачи: нужно дать все верные ответы на вопрос и показать, что иные ответы неверны.

7. На видимой части эскалатора 200 ступенек. Вася начал спускаться по эскалатору, идущему вверх, со скоростью 2 ступеньки в секунду. В итоге он насчитал 300 ступенек. Сколько ступенек насчитал бы Вася, если стал бы спускаться по этому эскалатору со скоростью 4 ступеньки за секунду?

Ответ: 240 ступенек.

Решение. Вася насчитал 300 ступенек за 150 секунд. За это время впереди появилось 100 новых ступенек. Значит, за 3 секунды появляются 2 новые ступеньки.

Тогда за 3 секунды Вася приближается к финишу на  $12 - 2 = 10$  ступенек. Значит, он спустится за  $3 \cdot 200 : 10 = 60$  секунд и насчитает  $4 \cdot 60 = 240$  ступенек.

8. Пёс Шарик бежит вдоль забора, у которого через равные промежутки стоят столбы. От первого столба до третьего он бежит за 6 секунд. За сколько секунд он пробежит от третьего столба до десятого? (Ширину столбов считать нулевой).

Ответ: через 21 секунду.

Решение. От первого до третьего столба 2 пролёта забора. Пёс пробегает это расстояние за 6 секунд, значит, каждый пролёт он пробегает за 3 секунды. От 3-го до 10-го столба 7 полётов. Это расстояние пёс пробежит за  $7 \cdot 3 = 21$  секунду.

Комментарий. В данной задаче источником ошибок является эффект «плюс-минус один»: часто ошибаются считая, что от 1 до 3 столба 3 пролёта.

9. Поезд едет со скоростью 60 км/ч. Он догнал поезд, идущий со скоростью 36 км/ч, и начал его перегонять. Обгон продолжался 5 минут, в течение которых какие-то части поездов находились напротив друг друга. Длина быстрого поезда 900 метров. Сколько метров составляет длина медленного поезда?

Ответ: 1100 метров.

Решение. Один поезд едет вдоль второго со скоростью  $60 - 36 = 24$  км/ч, то есть за 5 минут проезжает  $24 : 12 = 2$  км. Заметим, что обгон прекращается, когда

быстрый поезд проехал вдоль медленного расстояние, равное сумме длин составов. Если длина одного 900 метров, то другого — 1100 метров.

Комментарий 1. Заметим, что можно размышлять о ситуации, описанной в задаче, относительно пассажира медленного поезда. Относительно его быстрый поезд проезжает со скоростью 24 км/ч.

Комментарий 2. Сравните данную задачу с задачей № 11.

10. Первокласник Матвей говорит, что он на самокате проезжает 1 км за 20 минут. Он верно определяет расстояние в 1 метр и промежуток времени в 1 час. Но считает, что в километре 600 метров, а в часе 100 минут. Найдите скорость, с которой Матвей ездит на самокате.

Ответ: 3 км/ч.

Решение. Матвей 600 настоящих метров проезжает за  $1/5$  настоящего часа. Значит, за час проезжает  $600 \cdot 5 = 3000$  метров или 3 км.

11. Поезд едет со скоростью 80 км/ч. Он повстречал поезд, идущий навстречу со скоростью 40 км/ч по соседнему пути. В течение 3 минут какие-то части поездов находились напротив друг друга. Длина медленного поезда 800 метров. За сколько секунд быстрый поезд проезжает столб (ширину которого можно считать нулевой)?

Ответ: 234 секунд.

Решение. Один поезд едет вдоль второго со скоростью 120 км/ч. За 3 минуты он проехал вдоль него 6 км — сумму длин поездов. Если длина одного 800 метров, то другого — 5200 метров. Это расстояние он проезжает за  $5,2 : 80 \cdot 60 \cdot 60 = 234$  секунды.

Комментарий. Сравните данную задачу с задачей № 9.

12. Пес со скоростью 3 м/с догоняет кота, бегущего от него со скоростью 2 м/с. Через минуту пес догнал кота. Сколько метров было между ними, когда началась погоня?

Ответ: 60 метров.

Решение. Расстояние между котом и псом сокращалось со скоростью  $3 - 2 = 1$  м/с. Если пес догнал через 60 секунд, то начальное расстояние между ними было равно 60 метрам.

13. Братья Петя и Вася каждое утро проезжают на велосипеде по одному и тому же маршруту, выезжая из дома и туда же возвращаясь. Сегодня они выехали одновременно. Спустя ровно час Пете оставалось ехать еще 1 км, а Вася уже 20 минут как вернулся домой. Найдите скорость Пети, если она на 8 км/ч меньше скорости Васи.

Ответ: 13 км/ч.

Решение 1 (арифметика). Из условия, ровно через час Петя проехал на 8 км меньше Васи. Вася преодолел на 1 км больше и ждал 20 минут. Значит, за 20 минут (треть часа) он проехал бы  $8 - 1 = 7$  км. То есть, Вася за час проезжает  $7 \cdot 3 = 21$  км, а Петя —  $21 - 8 = 13$  км.

Решение 2 (уравнение). Пусть длина трассы равна  $S$  км. Петя за час пробегает  $S - 1$  км, а Вася —  $S : (40/60) = 1,5S$  км. Тогда  $1,5S - (S - 1) = 8$ , откуда  $0,5S = 7$  или  $S = 14$ . Значит, Петя за час преодолел  $14 - 1 = 13$  км, его скорость 13 км/ч.

14. Ваня и Маша вышли одновременно навстречу друг другу из соседних деревень, находящихся на расстоянии 14 км друг от друга. Скорость Вани — 6 км/ч, скорость Маши — 5 км/ч. В какой-то момент Маша остановилась и через полчаса к ней пришёл Ваня. Сколько минут прошло от выхода ребят до их встречи?

Ответ: 90 минут.

Решение. Последние полчаса расстояние сокращалось со скоростью 6 км/ч, значит, Маша остановилась в 3 км от Вани. До этого момента Маша и Ваня сближались со скоростью  $5 + 6 = 11$  км/ч и преодолели  $14 - 3 = 11$  км. На это у них ушёл 1 час. Значит, от выхода ребят до их встречи прошло  $30 \text{ мин} + 1 \text{ час} = 90$  минут.

15. Петя считает натуральное число хорошим, если в его записи все цифры различны, а любые две соседние цифры отличаются не менее чем на 7. Он сделал список всех хороших чисел, выписав их в порядке возрастания. Какое число предпоследнее в этом списке?

Ответ: 291807.

Указание. Заметим, что цифры 3, 4, 5, 6 не могут стоять рядом ни с какой другой цифрой. Значит, в числе могут быть только 0, 1, 2, 7, 8, 9. Если использованы все цифры, то они могут идти только в порядке 7-0-8-1-9-2. Значит, наибольшее возможное число — 708192, а следующее по величине — 291807.

16. Поезд едет со скоростью 60 км/ч. Посёлок Дальний расположен вдоль дороги на протяжении 200 метров. Поезд проезжает мимо посёлка за 1 минуту и 21 секунду. Найдите длину поезда.

Ответ: 1150 метров.

Решение. За минуту поезд проезжает  $60 : 60 = 1$  км, за 3 секунды ( $1/20$  минуты) —  $1 \text{ км} : 20 = 1000 \text{ метров} : 20 = 50 \text{ метров}$ . Тогда за 1 мин  $21 \text{ с} = 60 \text{ с} + 21 \text{ с} = 81 \text{ с}$  он проезжает  $81 : 3 \cdot 50 = 27 \cdot 50 = 1350$  метров. Это сумма длин поезда и посёлка. Значит, длина поезда равна  $1350 - 200 = 1150$  метрам.

17. Турист Афанасий может пройти маршрут длиной 138 км одним из 2 способов: (1) идти со скоростью 5 км/ч и каждые 6 часов делать привал на 30 минут, (2) идти со скоростью 6 км/ч и каждые 5 часов делать привал на полтора часа. Он выбрал тот

способ, который займёт меньше времени. За сколько часов Афанасий преодолеет маршрут?

Ответ: 29 часов.

Решение. Разобьём маршрут на четыре равных куска по 30 км и еще пятый кусок длиной 18 км. На каждый из первых четырех кусков Афанасий тратит 6 часов 30 минут: в случае (1) — 6 часов на дорогу и полчаса на отдых, в случае (2) — 5 часов на дорогу и полтора часа на отдых. Оставшиеся 18 км быстрее пройти со скоростью 6 км/ч (нежели со скоростью 5 км/ч), потратив 3 часа. Итого Афанасий потратит на прохождение маршрута  $6,5 \cdot 4 + 3 = 29$  часов.

18. Пёс и Кот едят большую и длинную сосиску, начиная с разных концов. Пёс в одиночку съедает такую сосиску за 4 минуты, Кот — за 6 минут. За какое время они съедят сосиску вместе?

Ответ: 144 секунды.

Решение. За 12 минут Пёс съест 3 сосиски, Кот — 2 сосиски. Значит, они вместе съедают  $3 + 2 = 5$  сосисок за 12 минут. Значит, одну сосиску они съедают за  $12 \text{ мин} : 5 = 720 \text{ с} : 5 = 144$  секунды.