

Математическая вертикаль, 6 класс (3 апреля 2020)

Задания карусели

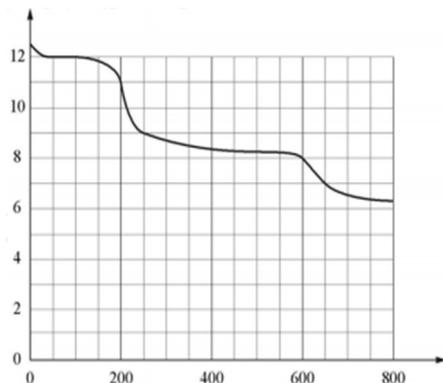
1. Петя нашёл значение переменной из данного соотношения и представил его в виде обыкновенной несократимой дроби:

$$\frac{3\frac{3}{7}}{0,4} = \frac{2,5}{x}$$

Чему равна сумма числителя и знаменателя дроби, полученной Петей?

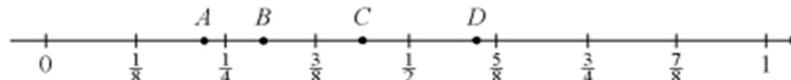
2. Вася купил конфеты на 28 рублей, что составляло $\frac{7}{15}$ имеющихся у него денег. Затем $\frac{5}{16}$ оставшихся денег Вася потратил на печенье. Сколько рублей осталось у Васи?
3. «Странно!» — заявил Тима папе, — «Когда мы летели на море, то самолет взлетел в 8:00, приземлился в 14:00 того же дня. Когда же мы из того же города летели обратно домой, самолет взлетел в 23:00, а приземлился на следующий день в 9:00. Часы в аэропортах должны показывать верное время». «Ничего странного!» — ответил папа, — «Дело в том, что есть разница между местным временем». Сколько часов составляет эта разница?
4. Найдите сумму 11 подряд идущих целых чисел, что сумма первых трех из них в два раза меньше суммы трех последних.
5. Маша и Паша измерили одно и то же расстояние в 220,5 метра шагами. После старта 50 раз их следы совпали. Шаг Маши — 49 см. Сколько см составляет длина шага Паши, если их шаги отличаются не более чем вдвое?

6. На рисунке — зависимость температуры (в градусах Цельсия) от высоты (в метрах) над уровнем моря. Определите по графику, на сколько градусов Цельсия температура на высоте 250 метров выше, чем на высоте 600 метров.



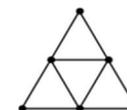
7. Найдите наибольшее шестизначное число, состоящее ровно из трех различных цифр.
8. У троих ребят в корзинках лежат яблоки. У Васи на три яблока меньше, чем у Пети, но в 3 раза больше, нежели у Ани. Какие утверждения верны?

- (1) Если у них всего 17 яблок, то у Васи 6 яблок.
- (2) Всего у них может быть 30 яблок.
- (3) Если у Пети на 9 яблок больше, чем у Ани, то у Васи 9 яблок.
- (4) У Васи может быть на 5 яблок больше, чем у Ани.
- (5) Если у Ани и Васи столько же яблок, сколько у Пети, то у Васи 6 яблок.
9. Вася желает из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 составить три трехзначных числа, чтобы их сумма была равна 2466. Сколькими способами он может это сделать? Способы, отличающиеся только порядком следования трехзначных чисел, считать одинаковыми.
10. Прямоугольную полоску бумаги шириной 1 см, длиной 32 см сложили пополам, затем ещё раз пополам, и так несколько раз. Сколько всего раз складывали пополам полоску, если в итоге она разделена сгибами на квадраты со стороной 1 см? Толщину бумаги при сгибе не учитываем.
11. Одна из точек A, B, C, D , изображенных на картинке, соответствует числу $\frac{3}{10}$. А сколько из этих четырех точек соответствуют числам, которые не более $\frac{3}{10}$?



12. Сколько натуральных чисел от 1 до 2000, которые делятся на 8, но не делятся на 9?
13. Мама дала Коле 300 рублей. Он купил несколько порций мороженого по 17 рублей и принес сдачу несколькими пятирублевыми монетами. Какое наименьшее количество монет могло оказаться в сдаче?
14. Вычислите:

$$\left(2\frac{7}{10} - 1\frac{11}{30}\right) : 1\frac{2}{7} \cdot 1\frac{13}{14} - 8$$
15. На рисунке изображен треугольник, сложенный из 9 спичек, длина стороны которого равна двум спичкам и который разбит на треугольнички со стороной в одну спичку. Сколько спичек потребуется, чтобы сложить треугольник со стороной в 6 спичек, разбитый на такие же треугольнички со стороной в одну спичку?



Математическая вертикаль, 6 класс (3 апреля 2020)

Задания карусели. Ответы и указания

1. Петя нашёл значение переменной из данного соотношения и представил его в виде обыкновенной несократимой дроби:

$$\frac{3\frac{3}{7}}{0,4} = \frac{2,5}{x}$$

Чему равна сумма числителя и знаменателя дроби, полученной Петей?

Ответ: 31.

Указание: $x = 7/24$.

2. Вася купил конфеты на 28 рублей, что составляло $7/15$ имеющихся у него денег. Затем $5/16$ оставшихся денег Вася потратил на печенье. Сколько рублей осталось у Васи?

Ответ: 22.

Указание: у Васи было 60 рублей.

3. «Странно!» — заявил Тима папе, — «Когда мы летели на море, то самолет взлетел в 8:00, приземлился в 14:00 того же дня. Когда же мы из того же города летели обратно домой, самолет взлетел в 23:00, а приземлился на следующий день в 9:00. Часы в аэропортах должны показывать верное время». «Ничего странного!» — ответил папа, — «Дело в том, что есть разница между местным временем». Сколько часов составляет эта разница?

Ответ: 2.

Указание: от 8:00 до 14:00 — 6 часов (время полета минус разница во времени), от 23:00 до 9:00 — 10 часов (время полета плюс разница во времени).

4. Найдите сумму 11 подряд идущих целых чисел, что сумма первых трех из них в два раза меньше суммы трех последних.

Ответ: 132.

Указание: числа от 7 до 17.

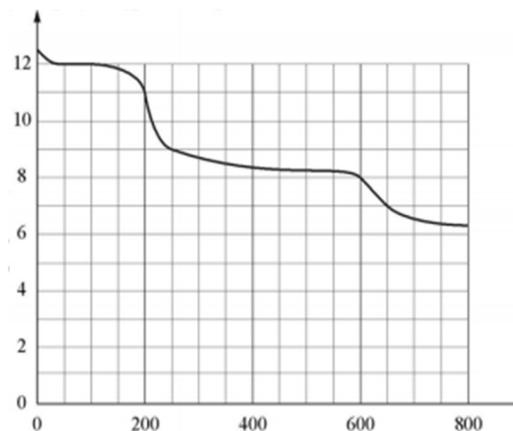
5. Маша и Паша измерили одно и то же расстояние в 220,5 метра шагами. После старта 50 раз их следы совпали. Шаг Маши — 49 см. Сколько см составляет длина шага Паши, если их шаги отличаются не более чем вдвое?

Ответ: $25\frac{16}{17}$, $27\frac{9}{16}$, $31\frac{1}{2}$, $33\frac{12}{13}$, $40\frac{1}{11}$, $44\frac{1}{10}$, $55\frac{1}{8}$, 63, $88\frac{1}{5}$.

Указание. Шаги Маши и Паши совпадают каждые 441 см, при этом Маша делает на этом промежутке 9 шагов. Если шаги Маши и Паши отличаются не более чем вдвое, то Паша сделал на этом промежутке от 5 до 18 шагов. Если число шагов Паши кратно 3, то шаги Паши и Маши совпадут раньше. Значит, Паша сделал 5, 7, 8, 10, 11, 13, 14, 16 или 17 шагов.

Замечание. Длина шага Паши составляет целое число см только в одном случае — 63 см. Этот ответ засчитан как верный, верных вариантов со всеми дробными ответами дано не было.

6. На рисунке — зависимость температуры (в градусах Цельсия) от высоты (в метрах) над уровнем моря.



Определите по графику, на сколько градусов Цельсия температура на высоте 250 метров выше, чем на высоте 600 метров.

Ответ: 1.

7. Найдите наибольшее шестизначное число, состоящее ровно из трех различных цифр.

Ответ: 999987.

8. У троих ребят в корзинках лежат яблоки. У Васи на три яблока меньше, чем у Пети, но в 3 раза больше, нежели у Ани. Какие утверждения верны?

(1) Если у них всего 17 яблок, то у Васи 6 яблок.

(2) Всего у них может быть 30 яблок.

(3) Если у Пети на 9 яблок больше, чем у Ани, то у Васи 9 яблок.

(4) У Васи может быть на 5 яблок больше, чем у Ани.

(5) Если у Ани и Васи столько же яблок, сколько у Пети, то у Васи 6 яблок.

Ответ: 1 и 3.

9. Вася желает из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 составить три трехзначных числа, чтобы их сумма была равна 2466. Сколькими способами он может это сделать? Способы, отличающиеся только порядком следования трёхзначных чисел, считать одинаковыми.

Ответ: 36.

Указание. Надо доказать, что в разряде сотен обязательно должны быть 6, 8 и 9, в разряде десятков — 7, 5 и 4, в разряде единиц — 1, 2 и 3.

Решение. Заметим, чтобы сумма трехзначных чисел была больше, надо максимальные цифры ставить в разряд сотен, следующие по величине — в разряд десятков, оставшиеся — в разряд единиц.

Если сумма цифр в разряде сотен максимальна ($7 + 8 + 9 = 24$), то сумма чисел минимум $714 + 825 + 936 = 2475$ — больше данной в условии.

Сумма цифр в разряде сотен, равная 23, набирается только как $6 + 8 + 9$. При этом максимальная сумма чисел как раз равна $641 + 852 + 973 = 2466$. Значит, если сумма цифр в разряде сотен менее 23, то сумма чисел будет меньше необходимой.

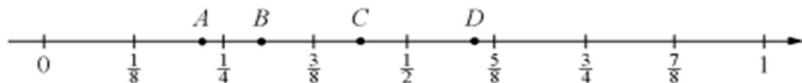
Вывод: в разряде сотен стоят цифры 6, 8 и 9, в разряде десятков — 7, 5 и 4, в разряде единиц — 1, 2 и 3. Подсчитаем число способов. Если мы расставили цифры в разряд сотен, то цифры в разряд десятков расставляются 6 способами. Далее цифры в разряд единиц также можно приписать 6 способами. Всего: $6 \cdot 6 = 36$.

Источник: XVII турнир «Kostroma Open» (6-7 класс, январь 2012).

10. Прямоугольную полоску бумаги шириной 1 см, длиной 32 см сложили пополам, затем ещё раз пополам, и так несколько раз. Сколько всего раз складывали пополам полоску, если в итоге она разделена сгибами на квадраты со стороной 1 см? Толщину бумаги при сгибе не учитываем.

Ответ: 5.

11. Одна из точек A, B, C, D , изображенных на картинке, соответствует числу $3/10$. А сколько из этих четырех точек соответствуют числам, которые не более $3/10$?



Ответ: 2.

12. Сколько натуральных чисел от 1 до 2000, которые делятся на 8, но не делятся на 9?

Ответ: 223.

Указание. От 1 до 2000 $[2000 : 8] = 250$ чисел, кратных 8. Из них не подходят $[2000 : 72] = 27$ чисел, кратных и 8, и 9. Искомое число $250 - 27 = 223$.

13. Мама дала Коле 300 рублей. Он купил несколько порций мороженого по 17 рублей и принес сдачу несколькими пятирублевыми монетами. Какое наименьшее количество монет могло оказаться в сдаче?

Ответ: 9.

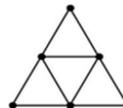
Указание. Количество порций должно быть кратно 5.

14. Вычислите:

$$\left(2\frac{7}{10} - 1\frac{11}{30}\right) : 1\frac{2}{7} \cdot 1\frac{13}{14} - 8$$

Ответ: -6.

15. На рисунке изображен треугольник, сложенный из 9 спичек, длина стороны которого равна двум спичкам и который разбит на треугольники со стороной в одну спичку.



Сколько спичек потребуется, чтобы сложить треугольник со стороной в 6 спичек, разбитый на такие же треугольники со стороной в одну спичку?

Ответ: 63.