

## Математика. 9 класс МВ (14 октября 2020)

### Описание

- Интернет-карусель 9 классов проводят ЦПМ и РЦ «Пятьдесят седьмая школа» проекта «Математическая вертикаль».

### Задания карусели

- В магазин привезли арбузы и дыни, всего 93 штуки. При проверке оказалось, что четверть арбузов и 28% дынь оказались гнилыми. Всё гнилое отправили обратно на базу, а 69 штук осталось в магазине. Сколько арбузов поступили в продажу?

Ответ: 51.

- Найдите вероятность того, что при броске двух игральных костей произведение очков — составное число.

Ответ: 0,805

Указание: вероятность 29/36.

- Треугольники  $ABC$  и  $KLM$  подобны,  $AB = 7$ ,  $BC = 24$ ,  $AC = 25$ , периметр треугольника  $KLM$  равен 392. Найдите длину медианы треугольника  $KLM$ , проведенной из вершины  $B$ .

Ответ: 87,5.

- Найдите значение выражения

$$\frac{1}{1 + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99} + \sqrt{100}}$$

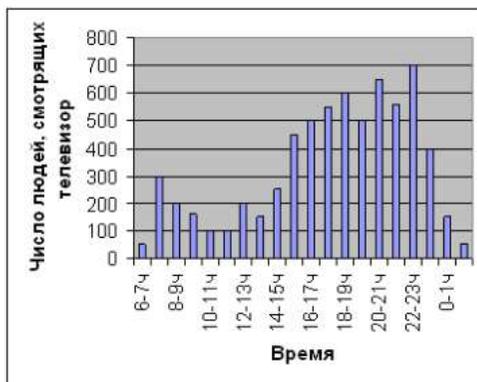
Ответ: 9.

- На гистограмме изображена зависимость числа телезрителей от времени показа в течение суток. Какой процент от всего времени показа составляет время, когда телевизор смотрят более 500 человек?

Ответ: 25.

- Точка  $K$  — середина стороны  $AB$  треугольника  $ABC$ , точка  $M$  — середина отрезка  $CK$ , луч  $BM$  пересекает сторону  $AC$  в точке  $L$ . Найдите площадь четырехугольника  $AKML$ , если площадь треугольника  $ABC$  равна 240.

Ответ: 100.



- Найдите произведение действительных корней уравнения

$$2x^4 - 8x^2 - 3(x^2 - 2) + 6 = 0.$$

Ответ: 6.

- Найдите вероятность того, что при броске трех игральных костей сумма очков будет простым числом.

Ответ: 0,337

Указание. Сумма 3 — 1 раз, сумма 5 — 6 раз, сумма 7 — 15 раз, сумма 11 — 27 раз, сумма 13 — 21 раз, сумма 17 — 3 раза. Вероятность 73/216.

- Найдите меньший из корней уравнения  $x^2 + \sqrt{2}x + \sqrt{2} - 1 = 0$ .

Ответ: -1.

- Художник Василий расчертил квадратный холст на квадратики в виде таблицы 6×6 и планирует закрасить два трёхклеточных уголка так, чтобы они не соприкасались (даже углом). Сколькими способами может это сделать?

Ответ: 2286.

Указание. Найдем количество пар квадратов 2×2 которые не пересекаются:  $(4 \cdot 16 + 8 \cdot 13 + 4 \cdot 10 + 4 \cdot 9 + 4 \cdot 5 + 1 \cdot 0) : 2 = 132$ . В каждой такой паре по 4 · 4 варианта расположения уголков. Итого  $16 \cdot 132 = 2112$ .

Если пара квадратов 2×2 касается друг друга только вершинкой, то там есть 7 вариантов расположения в них двух уголков:  $3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 7 = 126$  вариантов

Если пара квадратов касается друг друга по единичной стороне, то в них один вариант не касающихся уголков; это еще  $3 \cdot 4 \cdot 4 = 48$  вариантов

Итого 2286 вариантов.

- Окружность с центром в точке  $I_A$  — вневписанная окружность треугольника  $ABC$ , она касается стороны  $BC$  и продолжений двух других сторон; точка  $I$  — центр вписанной окружности треугольника  $ABC$ .

Какие из утверждений являются верными?

(1) Точки  $B, C, I, I_A$  лежат на одной окружности.

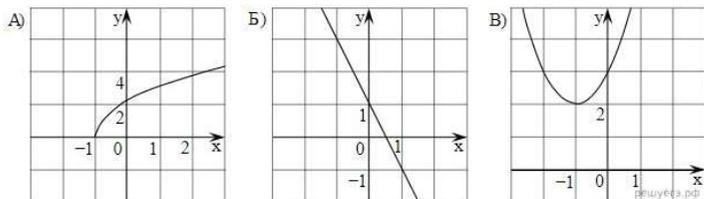
(2) Если описанная окружность треугольника  $ABC$  делит отрезок  $II_A$  пополам, то треугольник  $ABC$  — равнобедренный.

(3) Если точка  $I_A$  лежит на продолжении высоты  $AN$  треугольника  $ABC$ , то треугольника  $ABC$  — равнобедренный.

(4) Если  $ABC$  — тупоугольный треугольник, то точка  $I_A$  может лежать на описанной окружности треугольника  $ABC$ .

Ответ: 1, 3.

12. Какие из указанных функций задают графики, изображенные на картинках А, Б и В?



Варианты ответа:

- (1)  $y = (x + 1)^2 + 2$ ;
- (2)  $y = (x - 1)^2 + 2$ ;
- (3)  $y = 1 - 2x$ ;
- (4)  $y = 1 + 2x$ ;
- (5)  $y = \sqrt{5x + 5}$ ;
- (6)  $y = \sqrt{5x - 5}$ .

Ответ: 5, 3, 1.

13. На рисунке изображено дерево некоторого случайного опыта. Найдите вероятность события А.

Ответ: 0,3.

14. Вдоль дороги расставлены светофоры на расстоянии 10 км. Они работают так: последние 5 минут каждого часа там горит красный свет, остальное время — зеленый. Машина ехала по этой дороге 10 часов с постоянной скоростью, при этом ни разу не остановившись на светофорах на красный свет. Какое наибольшее расстояние (в км) она могла проехать?

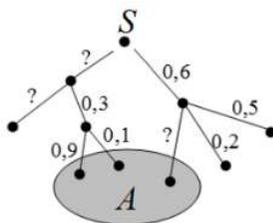
Ответ: 1200.

15. Какое множество является решением неравенства (с модулями)

$$|x + 5| + |3 - x| \leq 8?$$

Варианты ответа:

- (1) точка,
- (2) отрезок,
- (3) луч,



(5) иное.

Ответ: 2.

16. Найдите корни уравнения  $\sqrt{(2x - 4)^2} = 6$ .

Ответ: -1; 5.

17. Средняя линия трапеции пересекает её диагонали в точках  $K$  и  $L$ . Длина средней линии равна 19, длина отрезка  $KL$  равна 11. Найдите длину большего из оснований трапеции.

Ответ: 30.

18. Из города Снежинск в город Потапов, расстояние между которыми 44 км, выехал велосипедист. Одновременно с ним из города Потапов в Снежинск вышел пешеход. Велосипедист ехал со скоростью, на 5 км/ч большей скорости пешехода, и сделал в пути часовую остановку. Сколько км/ч составляет скорость велосипедиста, если известно, что они встретились в 26 км от Снежинска.

Ответ: 10

19. Какое из указанных множеств является решением неравенства

$$(x + 3)(x^2 - 3x + 9) - x(x - 3)(x + 3) > 2?$$

Варианты ответа:

- (1)  $[25/9; +\infty)$ ;
- (2)  $(25/9; +\infty)$ ;
- (3)  $[-25/9; +\infty)$ ;
- (4)  $(-25/9; +\infty)$ ;
- (5)  $(-\infty; 25/9)$ ;
- (6)  $(-\infty; 25/9]$ ;
- (7)  $(-\infty; -25/9)$ ;
- (8)  $(-\infty; -25/9]$ .

Ответ: 4.

20. Найдите наибольшее значение выражения  $2ab - a^2 - 2b^2 + 4b$ .

Ответ: 4