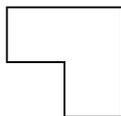


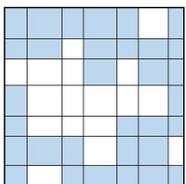
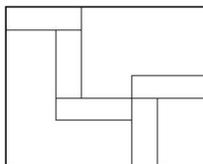
Блок 3. Площади и периметры

Интернет-карусель (2020-2021)

- От квадратного листа отрезали часть в виде квадрата. Получили фигуру, показанную на рисунке. Длины четырёх её сторон равны 7. Чему равна площадь этой фигуры?
- На полу прямоугольной комнаты размером 4 на 5 метров лежат квадратные ковры. Каждый примыкает к углу, каждый — к своему. Три ковра со стороной 3 метра, один — со стороной 2 метра. Найдите площадь, которая накрыта коврами ровно в 2 слоя.

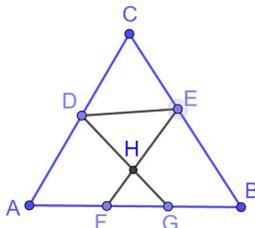


- На прямоугольном листе бумаги расположено 5 равных прямоугольников так, как показано на рисунке. Длина горизонтальной стороны — 13, вертикальной — 12. Какая площадь листа не накрыта этими прямоугольниками?
- Вася начертил прямоугольники на квадратном листе со стороной 21, как показано на рисунке. Затем вырезал фигуру, показанную синим цветом. Чему равен периметр этой фигуры?

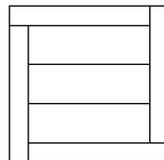


- Вася начертил на прямоугольном листе прямоугольники как показано на рисунке. Указаны площади шести из них. Найдите площадь всего прямоугольника.
- У малыша Тимоши есть 5 квадратов. Среди них нет трёх одинакового размера, но он из них может сложить прямоугольник. Какова площадь такого прямоугольника, если площадь самого маленького квадрата равна 1?
- Периметры треугольников ABC , ADG , BEF , CDE , DEH равны соответственно 24, 13, 14, 15, 12. Найдите периметр треугольника FGH .
- Периметр прямоугольника равен 182, его стороны отличаются на 23. Чему равна площадь этого прямоугольника?

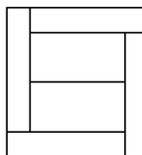
		30
6		12
12	8	



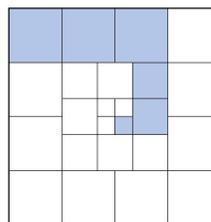
- Квадрат разбит на прямоугольники равного периметра, как показано на рисунке. Длины сторон всех частей — целые числа. Какая наименьшая возможная сторона квадрата?



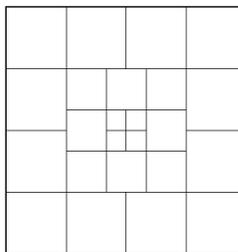
- Квадрат разбит на прямоугольники равного периметра. Площади неравных частей отличаются на 39. Найдите площадь квадрата.



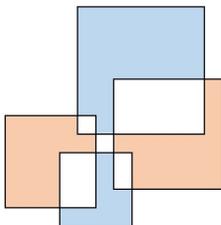
- Квадрат поделен на квадраты, как показано на рисунке. Сумма площадей закрашенных квадратов равна 29. Чему равна площадь всего квадрата?



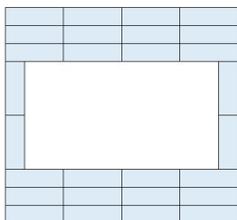
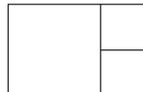
- Квадрат со стороной 84 поделен на квадраты, как показано на рисунке. Чему равна сторона меньшей из частей?



13. Четыре квадрата расположены как показано на рисунке. Длины сторон квадратов самого большого (верхнего) и самого маленького (нижнего) равны 55 и 22. Длины сторон двух оставшихся (правого и левого) — 33 и 44. На сколько отличается площадь синих частей от площади красных частей?



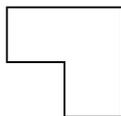
14. Прямоугольник поделен на 3 квадратные части, как показано на рисунке. Площадь большей части на 147 больше площади меньшей. Чему равна площадь всего прямоугольника?
15. Из одинаковых прямоугольников сложили квадрат с дыркой. Сторона квадрата — 72. Чему равен периметр дырки?



Блок 3. Площади и периметры

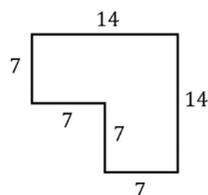
Интернет-карусель (2020-2021). Условия, ответы, решения

1. От квадратного листа отрезали часть в виде квадрата. Получили фигуру, показанную на рисунке. Длины четырёх её сторон равны 7. Чему равна площадь этой фигуры?



Ответ: 147.

Решение. Самая правая вертикальная сторона фигуры больше других вертикальных, самая верхняя горизонтальная сторона фигуры больше других горизонтальных. Значит, четыре указанные стороны, длина которых равна 7, — остальные четыре, как показано на рисунке. Значит, длины больших сторон равны 14.

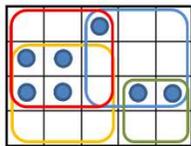


Такая фигура получается, если из квадрата со стороной 14 вырезать квадрат со стороной 7. Её площадь равна $14^2 - 7^2 = 196 - 49 = 147$.

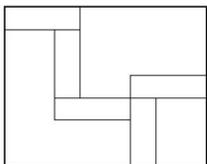
2. На полу прямоугольной комнаты размером 4 на 5 метров лежат квадратные ковры. Каждый примыкает к углу, каждый — к своему. Три ковра со стороной 3 метра, один — со стороной 2 метра. Найдите площадь, которая накрыта коврами ровно в 2 слоя.

Ответ: 7.

Решение. На рисунке показана схема, как накрываются части комнаты. Видно, что ровно в 2 слоя накрыты клетки, отмеченные кружочками. Их 7 штук. Площадь одной клетки — 1. Значит, искомая площадь равна 7.

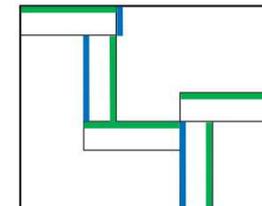


3. На прямоугольном листе бумаги расположено 5 равных прямоугольников так, как показано на рисунке. Длина горизонтальной стороны — 13, вертикальной — 12. Какая площадь листа не накрыта этими прямоугольниками?



Ответ: 106.

Решение. На рисунке пять больших сторон прямоугольников отмечены зеленым. Заметим, что их сумма равна полупериметру листа. Действительно, три горизонтальных отрезка превышают длину горизонтальной стороны на длину меньшей стороны прямоугольника, а двум вертикальным не хватает до вертикальной стороны листа той же длины меньшей стороны прямоугольника.



Значит, большая сторона прямоугольника равна $(13 + 12) : 5 = 5$.

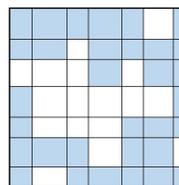
На рисунке три стороны прямоугольников отмечены синим, их сумма равна стороне листа, то есть 12. Значит, длина меньшего синего отрезка равна $12 - 2 \cdot 5 = 2$.

Тогда искомая площадь равна $13 \cdot 12 - 5 \cdot (2 \cdot 5) = 106$.

Комментарий. Также задачу можно было решить введением двух переменных.

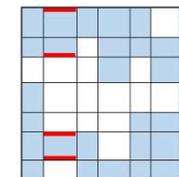
Если размеры прямоугольника $a \times b$ ($a < b$), то нетрудно понять, что $2a + b = 12$, $3a - b = 13$. Сложив равенства, получаем $5a = 25$, $a = 5$. Тогда $b = 12 - 2 \cdot 5 = 2$. Дальнейшие вычисления — как в приведенном решении.

4. Вася начертил прямоугольники на квадратном листе со стороной 21, как показано на рисунке. Затем вырезал фигуру, показанную синим цветом. Чему равен периметр этой фигуры?



Ответ: 168.

Решение. Заметим, что каждый отрезок периметра вырезанной фигуры входит в периметр фигуры 4 раза, а в периметр листа — только 2 раза. Пример одного из отрезков отмечен на рисунке красным цветом. Вывод: периметр фигуры в 2 раза больше периметра листа, то есть равен $2 \cdot 4 \cdot 21 = 168$.



5. Вася начертил на прямоугольном листе прямоугольники как показано на рисунке. Указаны площади шести из них. Найдите площадь всего прямоугольника.

		30
6		12
12	8	

Ответ: 121.

Указание. Площади частей таковы:

15	10	30
6	4	12
12	8	24

Решение. По условию в первом столбце два прямоугольника имеют площадь 6 и 12. Одна сторона (длина) у них общая, значит, ширина нижнего в 2 раза больше ширины верхнего. Значит, если во втором столбце есть часть площади 8, то над ней часть площади $8 : 2 = 4$; если во третьем столбце есть часть площади 12, то под ней часть площади $12 \cdot 2 = 24$. Результат показан на рисунке справа.

		30
6	4	12
12	8	24

Аналогично рассуждая получаем: над частями площади 4 и 12 (в столбцах 2 и 3) — части площади 30 и $30 : 3 = 10$, так как 4 в 3 раза меньше 12; над частями площади 6 и 12 (в столбцах 1 и 3) — части площади 30 и $30 : 2 = 15$, так как 6 в 2 раза меньше 12. Результат показан на рисунке справа.

15	10	30
6	4	12
12	8	24

Искомая площадь равна $15 + 10 + 30 + 6 + 4 + 12 + 12 + 8 + 24 = 121$.

6. У малыша Тимоши есть 5 квадратов. Среди них нет трёх одинакового размера, но он из них может сложить прямоугольник. Какова площадь такого прямоугольника, если площадь самого маленького квадрата равна 1?

Сложить прямоугольник — целиком заполнить фигурами, которые не накладываются друг на друга.

Ответ: 24, 35, 40.

Указание. Перебором нетрудно показать, что прямоугольник можно сложить одним из трёх способов, показанных на рисунке справа. Другие способы получаются из этих немного иным расположением частей. Получаются прямоугольники 3×8 , 5×7 и 5×8 , их площади равны 24, 35, 40.

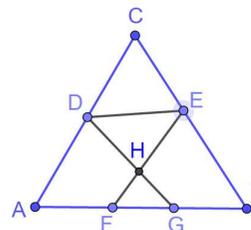
1	1		
2		3	3

1	1	
2		5
2		

1	2	
1		5
3		

Комментарий. Перебор можно организовать следующим образом. Во-первых, можно показать, что должно быть 2 квадрата со стороной 1, стоящие рядом. Во-вторых, должен быть квадрат со стороной 2, примыкающий к ним. Расположение остальных двух частей не трудно перебрать.

7. Периметры треугольников ABC , ADG , BEF , CDE , DEH равны соответственно 24, 13, 14, 15, 12. Найдите периметр треугольника FGH .



Ответ: 6.

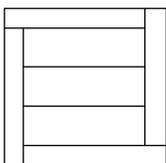
Решение. В сумму периметров треугольников ADG , BEF , CDE входят периметры треугольников ABC , DEH и FGH . Если площадь треугольника FGH равна x , то получаем $13 + 14 + 15 = 24 + 12 + x$, $42 = 36 + x$, $x = 6$.

8. Периметр прямоугольника равен 182, его стороны отличаются на 23. Чему равна площадь этого прямоугольника?

Ответ: 1938.

Решение. Сумма длин сторон равна $182 : 2 = 91$. Если большую укоротить на 23, то стороны будут равны. Значит, меньшая сторона равна $(91 - 23) : 2 = 34$, а большая сторона — $34 + 23 = 57$. Площадь прямоугольника равна $34 \cdot 57 = 1938$.

9. Квадрат разбит на прямоугольники равного периметра, как показано на рисунке. Длины сторон всех частей — целые числа. Какая наименьшая возможная сторона квадрата?



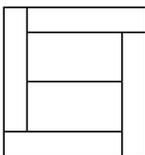
Ответ: 8.

Решение. Докажем, что равны прямоугольники, прилегающие к сторонам квадрата. Не сложно заметить, что периметр квадрата состоит из сторон этих прямоугольников и равен сумме полупериметров этих частей. Значит, сторона квадрата равна полупериметру такого прямоугольника. То есть ширина соседних частей одна и та же, откуда следует равенство частей. Пусть ширина (меньшая сторона) такой части равна d .

Длина каждой из центральных частей на d меньше длины крайней части, значит, ширина на d больше, то есть ширина равна $2d$.

Из расположения видно, что длина центральной части $3 \cdot 2d = 6d$, длина крайней — $7d$. Значит, размеры частей $d \times 7d$ и $2d \times 6d$, сторона квадрата $8d$. Наименьшее d , при котором все размеры целые, равно 1. Значит, искомая сторона квадрата равна 8.

10. Квадрат разбит на прямоугольники равного периметра. Площади неравных частей отличаются на 39. Найдите площадь квадрата.

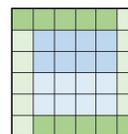


Ответ: 468.

Решение. Докажем, что равны прямоугольники, прилегающие к сторонам квадрата. Не сложно заметить, что периметр квадрата состоит из сторон этих прямоугольников и равен сумме полупериметров этих частей. Значит, сторона квадрата равна полупериметру такого прямоугольника. То есть ширина соседних частей одна и та же, откуда следует равенство частей. Пусть ширина (меньшая сторона) такой части равна d .

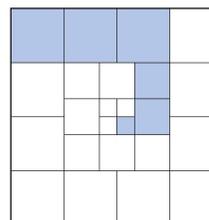
Длина каждого из центральных частей на d меньше длины крайней части, значит, ширина на d больше, то есть ширина равна $2d$.

Из расположения видно, что длина центральной части $2 \cdot 2d = 4d$, длина крайней — $5d$. Значит, размеры частей $d \times 5d$ и $2d \times 4d$, сторона квадрата $6d$. Разделим квадрат на клетки размером $d \times d$.



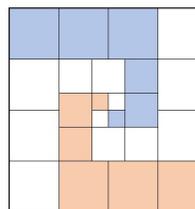
Площади неравных частей равны 5 и 8 клеткам и отличаются на 39. Значит, площадь клетки равна $39 : (8 - 5) = 13$. Квадрат состоит из $6 \cdot 6 = 36$ клеток, его площадь равна $36 \cdot 13 = 468$.

11. Квадрат поделен на квадраты, как показано на рисунке. Сумма площадей закрашенных квадратов равна 29. Чему равна площадь всего квадрата?

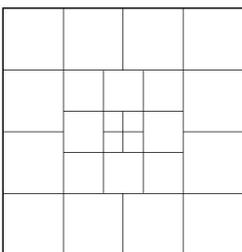


Ответ: 116

Решение. На картинке видно, что квадрат состоит из четырёх таких спиралей. Значит, его площадь равна $29 \cdot 4 = 116$.



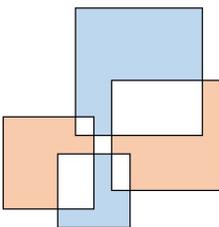
12. Квадрат со стороной 84 поделен на квадраты, как показано на рисунке. Чему равна сторона меньшей из частей?



Ответ: 7

Решение. Квадрат поделен на большие, средние и маленькие квадраты. Сторона большого равна $84 : 4 = 21$. Три стороны среднего квадрата составляют две стороны большого. Поэтому сторона среднего квадрата равна $21 \cdot 2 : 3 = 14$. Сторона маленького квадрата вдвое меньше стороны среднего, она равна $14 : 2 = 7$.

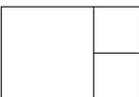
13. Четыре квадрата расположены как показано на рисунке. Длины сторон квадратов самого большого (верхнего) и самого маленького (нижнего) равны 55 и 22. Длины сторон двух оставшихся (правого и левого) — 33 и 44. На сколько отличается площадь синих частей от площади красных частей?



Ответ: 484

Решение. Если пересечения квадратов добавить к указанным площадям, то разность площадей синих и красных частей не изменится. Значит, разность равна $55^2 + 22^2 - 33^2 - 44^2 = 484$.

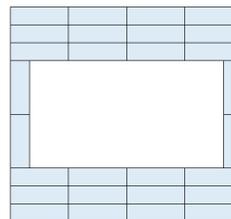
14. Прямоугольник поделен на 3 квадратные части, как показано на рисунке. Площадь большей части на 147 больше площади меньшей. Чему равна площадь всего прямоугольника?



Ответ: 294.

Решение. Разделим больший квадрат на 4 клетки, равные меньшим квадратам. Указанная в условии разность 147 — площадь трёх клеток. Значит, площадь клетки равна $147 : 3 = 49$. Прямоугольник состоит из 6 клеток, его площадь $49 \cdot 6 = 294$.

15. Из одинаковых прямоугольников сложили квадрат с дыркой. Сторона квадрата — 72. Чему равен периметр дырки?



Ответ: 192.

Решение. Из картинки видно, что большая сторона дырки равна $72 : 4 = 18$ (четыре такие стороны составляют горизонтальную сторону квадрата). Вертикальная сторона дырки состоит из 2 больших и 6 малых сторон одной части, значит, меньшая сторона равна $(72 - 2 \cdot 18) : 6 = 6$.

Тогда горизонтальная сторона дырки на $2 \cdot 6 = 12$ меньше стороны квадрата, вертикальная сторона дырки на $6 \cdot 6 = 36$ меньше стороны квадрата. Они равны $72 - 12 = 60$ и $72 - 36 = 36$. Искомый периметр равен $2 \cdot (60 + 36) = 192$.