

Блок 7. Ребусы

Интернет-карусель (2021). Задания

- В выражении $(П + Е + Р + В + О + Е) + (М + А + Р + Т + А)$ каждую букву заменяют цифрой, причём одинаковые буквы равными цифрами, а разные — разными. Какое наименьшее значение выражения может получиться?
- Дана фраза: «Из БА кубиков $1 \times 1 \times 1$ составили куб $A \times A \times A$, поверхность которого состоит из ВВ квадратиков 1×1 ». Замените буквы А, Б, В цифрами, чтобы фраза была верной. Чему при такой замене равно число АБВ?
- Какое наибольшее число слагаемых ДА может быть в верном равенстве $ДА + ДА + \dots + ДА = НЕТ$, где равные цифры заменены одинаковыми буквами, а разные — разными?
- Какое число слагаемых ДА может быть в верном равенстве $ДА + ДА + \dots + ДА = ДАДА$, где равные цифры заменены одинаковыми буквами, а разные — разными?
- Какое наибольшее число слагаемых НЕТ может быть в верном равенстве $НЕТ + НЕТ + \dots + НЕТ = ДДАА$, где равные цифры заменены одинаковыми буквами, а разные — разными?
- Какое наибольшее число слагаемых НЕТ может быть в верном равенстве $НЕТ + НЕТ + \dots + НЕТ = ДАДА$, где равные цифры заменены одинаковыми буквами, а разные — разными?
- На станции метро количество пассажиров вагона уменьшилось: никто не заходил, вышло $A + Б$ человек, было АБ человек, стало БА человек, где А и Б — две цифры, АБ и БА — записи двузначных чисел. Чему равно число АБ?
- В выражении $1 * 2 * 3 * 4 * 5 * 6 * 7 * 8 * 9$ каждую звездочку можно заменить знаком сложения или знаком вычитания. Сколько натуральных чисел, которые могут быть значением такого выражения?
- В каждый квадратик нужно вписать одну цифру, чтобы получился верный пример на умножение столбиком.

$$\begin{array}{r}
 \square \square \square \\
 \times \square \square \square \\
 \hline
 \square \square \square \\
 \square \square \square \\
 \hline
 \square \square \square \square \square \square
 \end{array}$$

Чему равно произведение?

- Поставьте между числами знаки сложения и вычитания, чтобы равенство стало верным: $64 \ 32 \ 16 \ 8 \ 4 \ 2 \ 1 = 37$. Сколько будет знаков вычитания?
- Федя ехал в метро. На станции он в последний момент зашел в вагон. Проехал 5 станций, на шестой он сразу вышел. Каждый перегон длился 5 минут, на каждой станции поезд стоял 2 минуты. Сколько минут Федя был в вагоне?
- Дано неверное равенство $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 39$. Какой знак сложения надо заменить на умножение, чтобы оно стало верным?
- В равенстве $АБ + БВ + ВА = АБВ$ замените каждую букву цифрой (одинаковые буквы равными цифрами, а разные — разными), чтобы оно стало верным. Чему при такой замене равно число АБВ?
- В равенстве $АБ \times (А + Б) = 1666$ замените каждую букву цифрой (одинаковые буквы равными цифрами, а разные — разными), чтобы оно стало верным. Чему при такой замене равно число АБ?
- По кольцевой дороге метро ездят 9 поездов. Длина каждого поезда — 100 м. Длина промежутка между соседними поездами — 900 м. Один поезд, на котором ехал Федя, сломался и его убрали, а остальные поезда равномерно распределили по всей дороге. Сколько метров составляет новая длина промежутка между соседними поездами?

Блок 7. Ребусы

Интернет-карусель (2021). Задания, решения, комментарии

1. В выражении $(П + Е + Р + В + О + Е) + (М + А + Р + Т + А)$ каждую букву заменяют цифрой, причём одинаковые буквы равными цифрами, а разные — разными. Какое наименьшее значение выражения может получиться?

Ответ: 31.

Решение. Среди слагаемых буквы Р, Р, Е, Е, А, А, В, П, О, М, Т. Чтобы сумма была наименьшей, повторяющиеся по 2 раза буквы Р, Е, А надо заменить на меньшие (0, 1, 2), остальные — на следующие по величине (3, 4, 5, 6, 7). В этом случае сумма равна 31.

2. Дана фраза: «Из БА кубиков $1 \times 1 \times 1$ составили куб $A \times A \times A$, поверхность которого состоит из ВВ квадратиков 1×1 ». Замените буквы А, Б, В цифрами, чтобы фраза была верной. Чему при такой замене равно число АБВ?

Ответ: 469.

Решение. Произведение $A \times A \times A = BA$ двузначное, если $A = 3$ или $A = 4$. Нетрудно проверить, что подходит только $A = 4$: из 64 кубиков $1 \times 1 \times 1$ составили куб $4 \times 4 \times 4$, поверхность которого состоит из 96 квадратиков 1×1 . При этом $A = 4$, $B = 6$, $V = 9$, $ABV = 469$.

3. Какое наибольшее число слагаемых ДА может быть в верном равенстве $ДА + ДА + \dots + ДА = НЕТ$, где равные цифры заменены одинаковыми буквами, а разные — разными?

Ответ: 82

Указание: $987 : 12 = 82$ (ост. 3), $12 \cdot 82 = 984$.

Решение. Наименьшее возможное значение ДА равно 12. Действительно, если $ДА = 10$, то НЕТ также заканчивается на «0», но А и Т разные буквы; ДА не может равняться 11, так как Д и А — разные буквы.

Наибольшее возможное значение НЕТ равно 987.

Если слагаемых не менее 83, то НЕТ не менее $83 \cdot 12 = 996$, что невозможно. Возможно 82 слагаемых, например, $12 \cdot 82 = 984$, здесь $ДА = 12$, $НЕТ = 984$.

4. Какое число слагаемых ДА может быть в верном равенстве $ДА + ДА + \dots + ДА = ДАДА$, где равные цифры заменены одинаковыми буквами, а разные — разными?

Ответ: 101.

Решение. Заметим, $ДАДА = 101 \cdot ДА$, значит, количество слагаемых равно 101.

5. Какое наибольшее число слагаемых НЕТ может быть в верном равенстве $НЕТ + НЕТ + \dots + НЕТ = ДДАА$, где равные цифры заменены одинаковыми буквами, а разные — разными?

Ответ: 75.

Решение. Число ДДАА не более 9988, а число НЕТ не менее 102. Так как $9988 : 102 = 97$ (ост. 94), то слагаемых не более 97.

Заметим, что число ДДАА кратно 11. Число 11 — простое, значит, либо НЕТ кратно 11, либо количество слагаемых кратно 11. Рассмотрим эти две возможности.

(1) Если число НЕТ кратно 11, то НЕТ не менее 132. Тогда всего не более 75 слагаемых, так как $76 \cdot 132 > 9999$. При этом возможно 75 слагаемых: равенство $75 \cdot 132 = 9900$ удовлетворяет условию.

(2) Если НЕТ не кратно 11 и слагаемых более 75, то их количество 77 или 88. Так как $ДДАА = 11 \cdot Д0А$, то $7 \cdot НЕТ = Д0А$ или $8 \cdot НЕТ = Д0А$, где Д0А не менее $102 \cdot 7 = 714$. Числа такого вида, кратные 7, — это 805, 903. Числа такого вида, кратные 8, — это 800, 808, 904. В этих случаях НЕТ равно 115, 129, 100, 101 или 113. Цифры не повторяются только при $НЕТ = 129$. Тогда $77 \cdot 129 = 9933$, в этом случае $T = Д$, что невозможно.

Вывод: слагаемых не более 75.

6. Какое наибольшее число слагаемых НЕТ может быть в верном равенстве $НЕТ + НЕТ + \dots + НЕТ = ДАДА$, где равные цифры заменены одинаковыми буквами, а разные — разными?

Ответ: такое равенство невозможно.

Решение. Число ДАДА не более 9898, число НЕТ не менее 102. Так как $9898 : 102 = 97$ (ост. 4), то слагаемых не более 97.

Заметим, что число ДАДА $= 101 \cdot ДА$, причём 101 — простое. Значит, НЕТ должно быть кратно 101, что невозможно. Все трёхзначные числа, кратные 101, равны 101, 202, ..., 909, в них $N = T$, что противоречит условию.

7. На станции метро количество пассажиров вагона уменьшилось: никто не заходил, вышло А + Б человек, было АБ человек, стало БА человек, где А и Б — две цифры, АБ и БА — записи двузначных чисел. Чему равно число АБ?

Ответ: 54.

Решение 1. Заметим, числа БА и АБ отличаются на число, кратное 9, с другой стороны, разность равна $A + B \leq 8 + 9 = 17$. Значит, БА отличается от АБ на 9, они из соседних десятков, откуда $A = 5, B = 4$.

Решение 2. Вышло $AB - BA = 9(A - B) = A + B$, откуда $8A = 10B$ или $4A = 5B$. Так как А — ненулевая цифра, то подходит только $A = 5, B = 4$.

8. В выражении $1 * 2 * 3 * 4 * 5 * 6 * 7 * 8 * 9$ каждую звездочку можно заменить знаком сложения или знаком вычитания. Сколько натуральных чисел, которые могут быть значением такого выражения?

Ответ: 22.

Указание: все нечётные от 1 до 45, кроме 43.

Решение. Самая большая сумма получается при замене всех звездочек на знак сложения, она равна $1 + 2 + \dots + 8 + 9 = 45$. Она нечётна. При замене «+» на «-» перед некоторым числом сумма уменьшается на удвоенное такое число, то есть на чётное число. Поэтому, сумма всегда нечётна.

Минимум, на который можно уменьшить сумму 45, равен $45 - 2 \cdot 2 = 41$, поэтому результат 43 получить нельзя. Остальные нечётные числа от 1 до 45 — можно. Покажем это.

Суммы с одним минусом равны $45 - 2 \cdot 2 = 41, 45 - 2 \cdot 3 = 39, \dots, 45 - 2 \cdot 9 = 27$. Если оставить «-» около «8» и поставить еще один «-», то будут суммы $29 - 2 \cdot 2 = 25, 29 - 2 \cdot 3 = 23, \dots, 29 - 2 \cdot 7 = 15$.

Далее получаем $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 - 7 + 8 - 9 = 13, 1 + 2 + \dots + 6 + 7 - 8 - 9 = 11$. Заменяя в первом из них какой-то один «+» на «-», получаем $13 - 2 \cdot 2 = 9, 13 - 2 \cdot 3 = 7, \dots, 13 - 2 \cdot 6 = 1$.

9. В каждый квадратик нужно вписать одну цифру, чтобы получился верный пример на умножение столбиком.

$$\begin{array}{r} \square \square \square \\ \times \square \square 7 \\ \hline \square \square \square \\ \square \square \square \\ \hline \square \square \square \square \square \square \end{array}$$

Чему равно произведение?

Ответ: 100068, 100394, 100677

Решение. Некоторые цифры, указанные на рисунке, понятны сразу из-за переносов и расположения цифр:

$$\begin{array}{r} \square \square \square \\ \times \square \square 7 \\ \hline \square \square \square \\ \square \square \square \\ \hline 9 \ 9 \ \square \\ \hline 1 \ 0 \ 0 \ \square \ \square \ \square \end{array}$$

Первый множитель не может быть более 142, так как $143 \cdot 7 = 1001$ — четырёхзначное число. Первая цифра второго множителя не менее 7, так как $142 \cdot 6 = 852$ — менее 990. Вывод: первая цифра А второго множителя 7, 8 или 9.

(1) Пусть $A = 7$. Тогда $99*$ кратно 7, это 994. Значит, первый множитель равен $994 : 7 = 142, 142 \cdot 707 = 100394$ — подходит (показано ниже).

(2) Пусть $A = 8$. Тогда $99*$ кратно 8, это 992. Значит, первый множитель равен $992 : 8 = 124, 124 \cdot 807 = 100068$ — подходит (показано ниже).

(3) Пусть $A = 9$. Тогда $99*$ кратно 9, это 990 или 999. Значит, первый множитель равен $990 : 9 = 110$ или $999 : 9 = 111, 110 \cdot 907 = 99770$ (не подходит) или $111 \cdot 907 = 100677$ — подходит (показано ниже).

Все решения показаны на рисунке:

$$\begin{array}{r} \square \square \square \\ \times \square \square 7 \\ \hline \square \square \square \\ \square \square \square \\ \hline 9 \ 9 \ 4 \\ \hline 1 \ 0 \ 0 \ 3 \ 9 \ 4 \end{array} \quad \begin{array}{r} \square \square \square \\ \times \square \square 7 \\ \hline \square \square \square \\ \square \square \square \\ \hline 9 \ 9 \ 2 \\ \hline 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 6 \ 8 \end{array} \quad \begin{array}{r} \square \square \square \\ \times \square \square 7 \\ \hline \square \square \square \\ \square \square \square \\ \hline 9 \ 9 \ 9 \\ \hline 1 \ 0 \ 0 \ 6 \ 7 \ 7 \end{array}$$

10. Поставьте между числами знаки сложения и вычитания, чтобы равенство стало верным: $64 \ 32 \ 16 \ 8 \ 4 \ 2 \ 1 = 37$. Сколько будет знаков вычитания?

Ответ: 4.

Указание: $64 - 32 + 16 - 8 - 4 + 2 - 1 = 37$.

Решение. Можно показать, что расстановка знаков единственная. Заметим, что в ряде чисел 64, 32, 16, 8, 4, 2, 1 каждое число больше суммы всех последующих.

Перед 32 стоит «-», иначе итог будет более 64.

Получаем $16 \ 8 \ 4 \ 2 \ 1 = 5$. Перед 16 стоит «+», иначе итог отрицательный.

Получаем $8 \ 4 \ 2 \ 1 = -11$. Перед 8 стоит «-», иначе итог будет положительный.



Получаем $4 \cdot 2 - 1 = -3$. Перед 4 стоит «-», иначе итог будет положительный.

Получаем $2 - 1 = 1$, понятно, что должно быть $2 - 1 = 1$.

Итог: $64 - 32 + 16 - 8 - 4 + 2 - 1 = 37$.

11. Федя ехал в метро. На станции он в последний момент зашел в вагон. Проехал 5 станций, на шестой он сразу вышел. Каждый перегон длился 5 минут, на каждой станции поезд стоял 2 минуты. Сколько минут Федя был в вагоне?

Ответ: 40.

Решение. Если Федя проехал 5 станций, на шестой он сразу вышел, то было 6 перегонов и 5 остановок. Это занимает $6 \cdot 5 + 5 \cdot 2 = 40$ минут.

12. Дано неверное равенство $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 39$. Какой знак сложения надо заменить на умножение, чтобы оно стало верным?

Ответ: 4.

Решение. Подходит $1 + 2 + 3 + 4 \times 5 + 6 + 7 = 39$. Единственность замены можно проверить, рассмотрев все варианты замены.

13. В равенстве $AB + BB + BA = ABB$ замените каждую букву цифрой (одинаковые буквы равными цифрами, а разные — разными), чтобы оно стало верным. Чему при такой замене равно число ABB ?

Ответ: 198.

Указание: $19 + 98 + 81 = 198$.

Решение. Из данного равенства следует, что $AB + BA = A00$. Тогда $A00$ сумма двух двузначных, она менее 200, откуда $A = 1$.

Значит, $1B + B1 = 100$, $BB = 100 - 11 = 89$, $B = 9$, $B = 8$.

14. В равенстве $AB \times (A + B) = 1666$ замените каждую букву цифрой (одинаковые буквы равными цифрами, а разные — разными), чтобы оно стало верным. Чему при такой замене равно число AB ?

Ответ: 98.

Указание: $98 \times (9 + 8) = 1666$.

Решение. Заметим, что $1666 = 2 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 17$. Либо AB , либо $A + B$ кратно 17.

Если $A + B = 17$, то $AB = 89$ или $AB = 98$. Подходит $98 \times (9 + 8) = 1666$.

Если AB кратно 17, то оно равно 17 или $2 \cdot 17$. Оба варианта не подходят.

15. По кольцевой дороге метро ездят 9 поездов. Длина каждого поезда — 100 м. Длина промежутка между соседними поездами — 900 м. Один поезд, на котором ехал Федя,



сломался и его убрали, а остальные поезда равномерно распределили по всей дороге. Сколько метров составляет новая длина промежутка между соседними поездами?

Ответ: 1025.

Решение. Длина круга состоит из 9 поездов и 9 промежутков, она равна $9 \cdot (100 + 900) = 9000$ м. Если поездов остаётся восемь, то длина поезда с одним промежутком — $9000 : 8 = 1125$ метров, длина промежутка — $1125 - 100 = 1025$.