

Блок 1. Многочлены

Интернет-карусель 2021–2022

Условия задач

1. При каком значении t многочлен $x^5 + 2x^4 - 3x^2 + tx + 4$ делится на $x + 1$?
2. В многочлен $P(x) = 2x^3 - x^2 + 3x + 2$ вместо переменной подставили многочлен $Q(x) = x^5 - 3x^3 + 3x^2 + 1$. Далее раскрыли скобки и привели подобные слагаемые, получив многочлен $P(Q(x))$. Найдите сумму коэффициентов многочлена $P(Q(x))$.
3. Дан многочлен $P(x) = x^3 + 3x^2 - 5x + 2$. Затем в $P(x)$ вместо x подставили $P(x)$, в полученном снова вместо x подставили $P(x)$ и так далее, получили многочлен $P(P(P(P(P(x)))))$. Далее раскрыли скобки и привели подобные слагаемые, получив многочлен. Чему равна степень такого многочлена?
4. Дан многочлен $P(x) = x^3 + 3x^2 - 5x + 2$. Затем в $P(x)$ вместо x подставили $P(x)$, в полученном снова вместо x подставили $P(x)$ и так далее, получили многочлен $P(P(P(P(P(x)))))$. Далее раскрыли скобки и привели подобные слагаемые, получив многочлен. Найдите сумму коэффициентов этого многочлена.
5. Дан многочлен $P(x) = x^3 - 2x^2 - 4x - 1$. Затем в $P(x)$ вместо x подставили $P(x)$, в полученном снова вместо x подставили $P(x)$ и так далее, всего подставляли 2021 раз. Далее раскрыли скобки и привели подобные слагаемые, получив многочлен. Найдите свободный коэффициент этого многочлена.
6. Многочлен $P(x) = (a + b)x^4 + (a - b)x^2 - 2$ делится на $x^2 - x + 2$. Найдите значение $5a + 2b$.
7. Найдите остаток от деления многочлена $(2x)^{2021} + 5$ на многочлен $2x + 1$.
8. Найдите степень многочлена $(1 - x)^{57} - (2 - x)^{57} + (3 - x)^{57} - \dots - (100 - x)^{57}$.
9. Найдите старший коэффициент многочлена $(1 - x)^{57} - (2 - x)^{57} + (3 - x)^{57} - \dots - (100 - x)^{57}$.
10. Пете дали многочлен $P(x)$ с целыми коэффициентами. Он поменял некоторые коэффициенты местами и получил многочлен $Q(x)$. Разность $P(2021) - Q(2021)$ оказалась натуральным числом. Какое минимальное значение может иметь эта разность?
11. Пусть $P(x) = 3x^3 + 5x^2 + 2x + 8$. Найдите хотя бы одно целое решение уравнения $P(x) = 3050208$.
12. Пусть $P(x)$ — многочлен с целыми коэффициентами, а число 3 — его корень. Пусть для некоторого целого t выполняется $P(t) = 1$. Чему может быть равно t ?

13. При каком значении a остаток от деления $x^3 + ax + 4$ на $x + 2$ равен 6?
14. Выражение $(3x^4 - 5x + 4)^3 - (2x^3 + 4x^2 - 2x + 6)^2(x^3 + 8x^2 - 4x - 5)$ преобразовали и привели к стандартному виду многочлена. Найдите сумму его коэффициентов.
15. Выражение $(3x^4 - 5x + 4)^3 - (2x^3 + 4x^2 - 2x + 6)^2(x^3 + 8x^2 - 4x - 5)$ преобразовали и привели к стандартному виду многочлена. Найдите сумму коэффициентов при нечетных степенях.
16. Пусть $P(x) = x^{12} - 2021x + 3$. Найдите свободный член многочлена $P(x + 2)$.