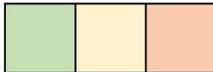
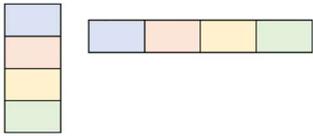
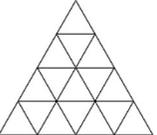
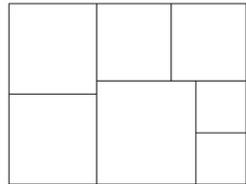
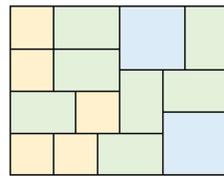
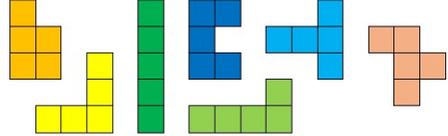
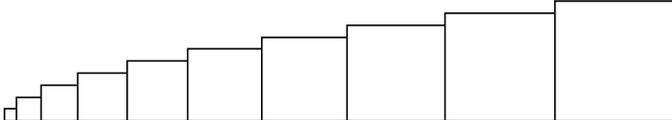
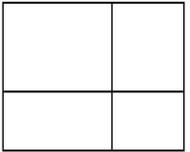
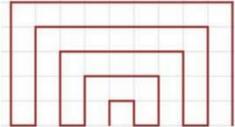
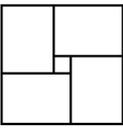
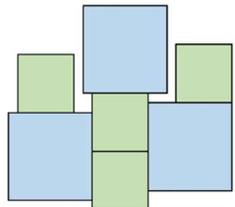
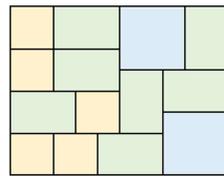


Блок 15. Периметры и части

Интернет-карусель (2021–2022)

Задания

- Из трёх квадратов составили прямоугольник, как показано на рисунке. Площадь прямоугольника равна 147 кв. см. Сколько см составляет периметр прямоугольника? 
- Есть четыре одинаковых прямоугольника, периметр каждого равен 40. Из них можно сложить один прямоугольник двумя способами, показанными на рисунке. В одном из этих вариантов получается прямоугольник периметра 112. Каков периметр прямоугольника в другом случае? 
- Чтобы разрезать равносторонний треугольник со стороной 4 на равносторонние треугольники со стороной 1, надо сделать разрезы длины 18. Это показано на рисунке. Какова будет длина разрезов, если разрезать равносторонний треугольник со стороной 8 на равносторонние треугольники со стороной 1? 
- Для малыша Тимы прямоугольник *хороший*, если длина каждой стороны составляет целое число сантиметров, периметр равен 220 и из него можно вырезать прямоугольник со сторонами 5 см и 7 см. Сколько всего прямоугольников, которые Тима считает *хорошими*?
- Периметр первого квадрата в 4 раза больше периметра второго квадрата. Во сколько раз площадь первого квадрата больше площади второго квадрата?
- Сколько различных фигур периметра 12 можно вырезать из клетчатого квадрата 3×3, делая разрезы по сторонам клеток? Сам квадрат 3×3 не считать такой вырезанной фигурой. Фигуры одинаковы, если они могут совпасть при наложении после поворотов или переворотов. Фигура цельная, не распадается на куски.
- От прямоугольника с периметром 4 дм отрезали квадрат. Остался прямоугольник с периметром 26 см. Сколько кв. см составляет площадь отрезанного квадрата? 
- Клетчатый прямоугольный лист бумаги разрезали по границам клеток на квадраты, как показано на рисунке. Какое наименьшее количество клеток могло быть на листе? 

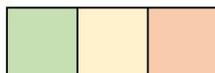
- Клетчатый прямоугольник разрезали на семь фигур пентамино, показанные на рисунке. Какова длина проведенных разрезов? 
- Фигура, показанная на рисунке, состоит из 10 квадратов со сторонами 1, 2, 3, ..., 10. Чему равен периметр этой фигуры? 
- Прямоугольный лист периметра 115 разрезали на четыре прямоугольника, как показано на рисунке. Когда нашли периметры частей, получили четыре последовательных натуральных числа. Чему равно меньшее из этих чисел? 
- Девочка Люда, скучая на уроках, рисует на клетчатой бумаге по сторонам клеток высоту 5, показанную на рисунке. её длина равна 59. На остальных уроках она продолжила рисовать кривую и к последнему уроку она стала высоты 60. Какова стала длина ломаной? 
- Квадратный лист разрезали на 5 частей: четыре равных прямоугольника и квадрат. Результат показан на рисунке. Периметр прямоугольника равен 17 см. Сколько см составляет периметр листа? 
- Рисунок Лёни состоит из трёх синих квадратов со стороной 3 см и четырёх зелёных квадратов со стороной 2 см. Сколько см составляет периметр этой фигуры? 
- У Тимоши есть конструктор из одинаковых зелёных прямоугольников и квадратов двух видов (жёлтых и синих). Он сложил из них прямоугольник, как показано на рисунке. Периметр прямоугольника равен 252 см. Чему равен периметр зеленого прямоугольника? 

Блок 15. Периметры и части

Интернет-карусель (2021–2022)

Задания, ответы, решения и комментарии

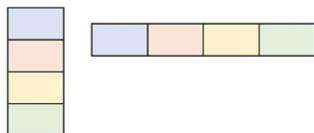
1. Из трёх квадратов составили прямоугольник, как показано на рисунке. Площадь прямоугольника равна 147 кв. см. Сколько см составляет периметр прямоугольника?



Ответ: 56.

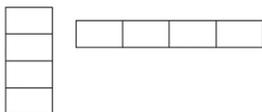
Решение. Площадь одного квадрата равна $147 : 3 = 49$ кв. см, значит, длина его стороны равна 7 см. составили прямоугольник со сторонами 7 см и $7 \cdot 3 = 21$ см, его периметр равен $(7 + 21) \cdot 2 = 56$ см.

2. Есть четыре одинаковых прямоугольника, периметр каждого равен 40. Из них можно сложить один прямоугольник двумя способами, показанными на рисунке. В одном из этих вариантов получается прямоугольник периметра 112. Каков периметр прямоугольника в другом случае?



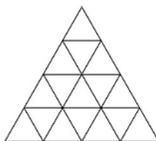
Ответ: 88

Решение 1. Заметим, одна сторона начального прямоугольника входит в оба периметра 10 раз, другая сторона — также 10 раз. Значит, сумма периметров сложенных прямоугольников в 5 раз больше периметра одной части. Тогда искомый периметр равен $40 \cdot 5 - 112 = 200 - 112 = 88$.



Решение 2. Периметр 112 составленного прямоугольника отличается от суммы периметров частей, равной $40 \cdot 4 = 160$, на 6 длин сторон одной части. Значит, одна сторона части равна $(160 - 112) : 6 = 8$, другая — $112 : 2 - 8 = 12$. Тогда надо найти периметр прямоугольника со сторонами 12 и $8 \cdot 4 = 32$, он равен $2 \cdot (32 + 12) = 88$.

3. Чтобы разрезать равносторонний треугольник со стороной 4 на равносторонние треугольники со стороной 1, надо сделать разрезы длины 18. Это показано на рисунке.



Какова будет длина разрезов, если разрезать равносторонний треугольник со стороной 8 на равносторонние треугольники со стороной 1?

Ответ: 84.

Решение. Все разрезы составляют 3 одинаковые группы, в каждой из которых разрезы параллельны одной из сторон треугольника. В каждой группе будут разрезы длины 1, 2, 3, 4, 5, 6 и 7. Тогда суммарная длина всех разрезов равна $3 \cdot (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7) = 3 \cdot 28 = 84$.

4. Для малыша Тимы прямоугольник *хороший*, если длина каждой стороны составляет целое число сантиметров, периметр равен 220 и из него можно вырезать прямоугольник со сторонами 5 см и 7 см. Сколько всего прямоугольников, которые Тима считает *хорошими*?

Ответ: 51.

Решение. У *хорошего* прямоугольника полупериметр равен 110, а меньшая сторона не менее 5. Значит, *хорошие* прямоугольники — это 5×105 , 6×104 , ..., 55×55 . Всего $55 - 4 = 51$ штука.

5. Периметр первого квадрата в 4 раза больше периметра второго квадрата. Во сколько раз площадь первого квадрата больше площади второго квадрата?

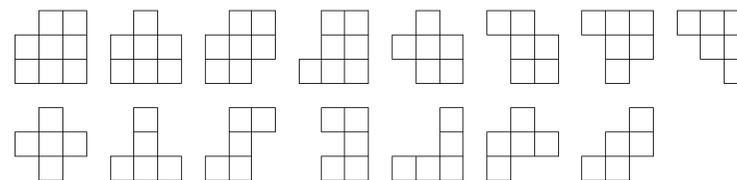
Ответ: 16.

Решение. Если периметр больше в 4 раза, то и сторона больше в 4 раза. Тогда площадь больше в $4 \cdot 4 = 16$ раз.

6. Сколько различных фигур периметра 12 можно вырезать из клетчатого квадрата 3×3 , делая разрезы по сторонам клеток? Сам квадрат 3×3 не считать такой вырезанной фигурой. Фигуры одинаковы, если они могут совпасть при наложении после поворотов или переворотов. Фигура цельная, не распадается на куски.

Ответ: 15.

Указание. Все возможные фигуры показаны на рисунке.



Решение. Отметим сначала два момента.

Во-первых, фигура с периметром 12 состоит не менее чем из 5 клеток. Действительно, начнём её «собирать», начав с одной клетки и присоединяя другие. Первая клетка имеет периметр 4. Присоединяя одну клетку, можно

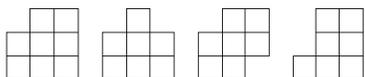
увеличить периметр только на 2. Значит, надо добавить не менее $(12 - 4) : 2 = 4$ клеток, а всего клеток будет не менее 5.

Во-вторых, если вырезать одну клетку, то периметр изменяется на 0, 2 или 4. Это происходит в зависимости от того, по скольким сторонам эта клетка граничила с остальными клетками фигуры. Если одной, то периметр уменьшается на 2. Если с двумя — не изменяется. Если с тремя — увеличивается на 2. Если с четырьмя — увеличивается на 4.

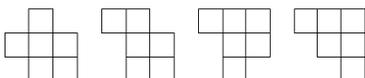
Сам квадрат 3×3 имеет периметр 12.

Как перебрать?

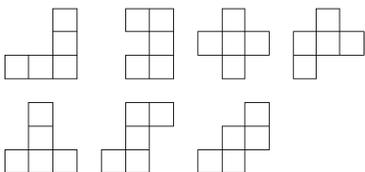
Если убрана одна клетка, то она угловая. Если убрано две клетки, то либо две угловые, либо две соседние. Всего 4 варианта, показанные на рисунке.



Если убрано три клетки, то фигура состоит из 6 клеток. Если её «собирать» по клеточкам, как показано выше, то один раз надо добавить клетку сразу к 2 сторонам, при этом образуется квадрат 2×2 . Значит, фигура — квадрат 2×2 с двумя приделанными клетками. Здесь 4 варианта, показанные на рисунке.



Если убрано три клетки, то фигура состоит из 5 клеток. Исходя из рассуждений выше, она собрана так, что не содержит квадрата 2×2 . Удобно сначала перебрать случаи с центральной клеткой (первые два на рисунке). Если центральная клетка есть, то можно рассмотреть варианты в зависимости от числа соседних с ней клеток. Всего 7 таких вариантов.



Комментарий. Команд-участницы проявили разный уровень упорства в поисках фигур. В таблице показано, сколько команд дали каждый из ответов от 3 до 15.

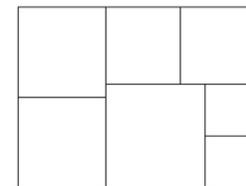
Ответ	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Команд	13	16	11	15	12	16	19	13	7	26	16	15	16

7. От прямоугольника с периметром 4 дм отрезали квадрат. Остался прямоугольник с периметром 26 см. Сколько кв. см составляет площадь отрезанного квадрата?

Ответ: 49.

Решение. Заметим, что разница полупериметров $20 - 13 = 7$ см равна стороне отрезанного квадрата. Тогда искомая площадь равна $7 \cdot 7 = 49$ кв. см.

8. Клетчатый прямоугольный лист бумаги разрезали по границам клеток на квадраты, как показано на рисунке. Какое наименьшее количество клеток могло быть на листе?

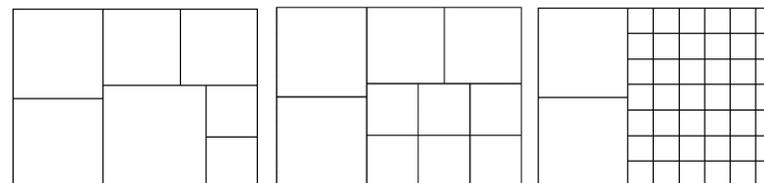


Ответ: 266.

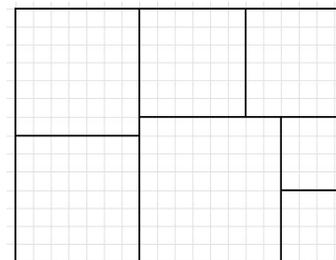
Указание: наименьший прямоугольник — 14×19 .

Решение. Граница между двумя квадратами в нижнем правом углу должна делить соседний слева квадрат пополам. Значит, есть линии, показанные на втором рисунке.

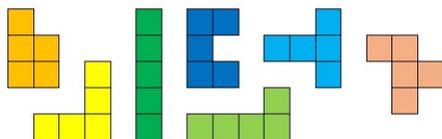
Граница между двумя квадратами в верхнем правом углу должна делить квадрат ниже пополам. Значит, есть линии, показанные на третьем рисунке.



Граница между двумя квадратами слева делит квадрат справа пополам. Тогда все линии деления будут делить прямоугольник на 14×19 частей. Каждая из них может быть одной клеткой. Площадь будет равна $14 \cdot 19 = 266$.



9. Клетчатый прямоугольник разрезали на семь фигур пентамино, показанные на рисунке. Какова длина проведенных разрезов?

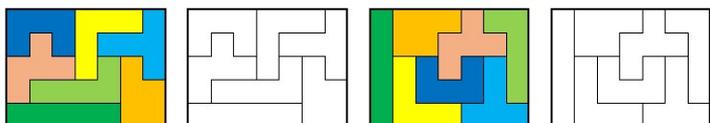


Ответ: 29.

Решение. Прямоугольник состоит из $5 \cdot 7$ клеток. Значит, он либо 5×7 , либо 1×35 , второе невозможно. Значит, его периметр равен $2 \cdot (5 + 7) = 24$.

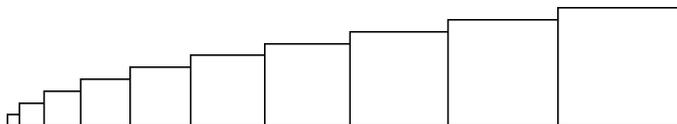
Периметры данных фигур равны 10, 12, 12, 12, 12, 12, их сумма равна 82. В неё входят периметр самого прямоугольника и удвоенная длина разрезов. Значит, длина разрезов равна $(82 - 24) : 2 = 29$.

Замечание. На рисунке показано 2 способа, как из фигур можно составить прямоугольник. Возможно, есть и другие способы.



Заметим, что примеры с подсчётом длины разрезов полным решением не являются. Действительно, остаётся непонятным, есть ли другие способы с, возможно, иной длиной разрезов.

10. Фигура, показанная на рисунке, состоит из 10 квадратов со сторонами 1, 2, 3, ..., 10. Чему равен периметр этой фигуры?

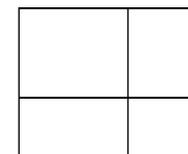


Ответ: 130.

Решение. Нижняя сторона фигуры и суммы верхних сторон квадрата равны $1 + 2 + 3 + \dots + 10 = 55$. Правая сторона фигура равна 10, вертикальные стороны слева — это 10 отрезков по 1, всего 10.

Периметр равен $2 \cdot (10 + 55) = 130$.

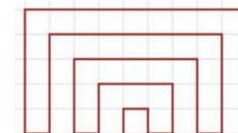
11. Прямоугольный лист периметра 115 разрезали на четыре прямоугольника, как показано на рисунке. Когда нашли периметры частей, получили четыре последовательных натуральных числа. Чему равно меньшее из этих чисел?



Ответ: 56.

Решение. Заметим, что сумма периметров частей, лежащих в противоположных углах листа, равна периметру листа. Значит, среди четырех получившихся чисел 1-е и 4-е, 2-е и 3-е должны давать в сумме 115. Это числа 56, 57, 58 и 59. Меньшее из них — 56.

12. Девочка Люда, скучая на уроках, рисует на клетчатой бумаге по сторонам клеток линию. На уроке истории она нарисовала кривую высоты 5, показанную на рисунке. её длина равна 59. На остальных уроках она продолжила рисовать кривую и к последнему уроку она стала высоты 60. Какова стала длина ломаной?



Ответ: 7319.

Решение 1. Вертикальные отрезки ломаной высоты 60, если их суммировать слева направо, дают сумму $(60 + 59 + \dots + 1) + (1 + 2 + \dots + 60)$. Первые слагаемые половинок дают 61, вторые — также 61 и так далее. Сумма длин всех вертикальных отрезков равна $60 \cdot 61 = 3660$.

Горизонтальные отрезки внизу — это 59 отрезков длины 1. Их суммарная длина равна 59.

Сумма длин остальных горизонтальных отрезков — $1 + 3 + 5 + \dots + 119$ (здесь 60 слагаемых). Сумма всех нечётных чисел от 1 до $2n - 1$ равна n^2 . Значит, указанная сумма равна $60^2 = 3600$.

Итого: $3660 + 3600 + 59 = 7319$.

Решение 2. Рассмотрим прямоугольник 60×119 . У всех клеток отмечено две стороны, кроме 60 клеток в нижнем ряду, у которых отмечено 3 стороны.

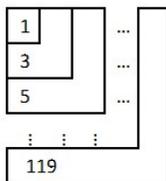
В сумме $2 \cdot 60 \cdot 119 + 60 = 14340$ дважды посчитаны отрезки ломаной внутри прямоугольника и один раз те отрезки, которые на границе прямоугольника.

На границе $60 + 60 + 119 + 59 = 298$ отрезков.

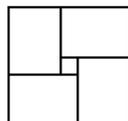
Тогда в сумме $14340 + 298 = 14638$ каждый отрезок учтен дважды, то есть всего отрезков — $14638 : 2 = 7319$.

Комментарий. Традиционный подсчёт суммы нечётных чисел $1 + 3 + \dots + 119$ таков. Представим каждое нечётное число, большее 1, как уголок из клеток, а затем сложим из них квадрат. Это показано на рисунке справа.

В данном случае $119 = 59 + 59 + 1$, сторона квадрата равна $59 + 1 = 60$, всего 60^2 клеток.



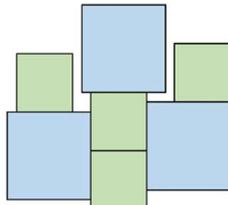
13. Квадратный лист разрезали на 5 частей: четыре равных прямоугольника и квадрат. Результат показан на рисунке. Периметр прямоугольника равен 17 см. Сколько см составляет периметр листа?



Ответ: 34.

Решение. Из рисунка видно, что сторона листа равна сумме длин двух разных сторон прямоугольника, то есть его полупериметру. Значит, периметр квадрата вдвое больше периметра прямоугольника, то есть равен $2 \cdot 17 = 34$.

14. Рисунок Лёни состоит из трёх синих квадратов со стороной 3 см и четырёх зелёных квадратов со стороной 2 см. Сколько см составляет периметр этой фигуры?

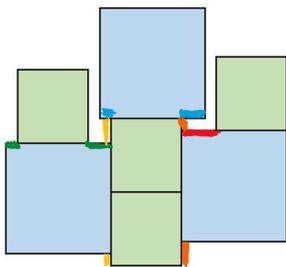


Ответ: 40.

Решение 1. В периметр входят целиком 7 сторон синих квадратов и 7 сторон зелёных квадратов. Они составляют длину $7 \cdot 3 + 7 \cdot 2 = 35$.

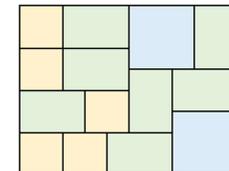
На рисунке отрезки отмечены 5 цветами. Сумма одноцветных равна 1. Действительно, из расположения видно, что красный, сумма голубых и сумма зелёных равны $3 - 2 = 1$, суммы оранжевых и желтых равны $(2 + 2) - 3 = 1$.

Итого $35 + 5 = 40$.



Решение 2. Начнём составлять с верхнего синего квадрата, его периметр 12. При добавлении одного зелёного квадрата периметр увеличивается на 4, синего — на 6. Значит, искомый периметр будет равен $12 + 4 + 4 + 6 + 6 + 4 + 4 = 40$.

15. У Тимоши есть конструктор из одинаковых зелёных прямоугольников и квадратов двух видов (жёлтых и синих). Он сложил из них прямоугольник, как показано на рисунке. Периметр прямоугольника равен 252 см. Чему равен периметр зелёного прямоугольника?



Ответ: 70.

Решение. Пусть длина стороны жёлтого квадрата равна a , сторона синего — b . По картинке видно, что стороны зелёного прямоугольника равны a и b .

Левая сторона прямоугольника равна $4a$, правая — $a + 2b$. Значит, $4a = a + 2b$, откуда $3a = 2b$.

Нижняя сторона прямоугольника равна $2a + 2b$. Тогда периметр прямоугольника равен $2(2a + 2b) + 2 \cdot 4a = 2(2a + 3a) + 8a = 18a = 252$. Тогда $a = 14, b = 21$. Периметр зелёного прямоугольника равен $2 \cdot (14 + 21) = 70$.

