



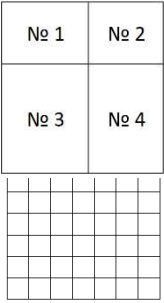
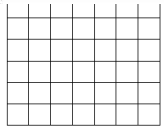
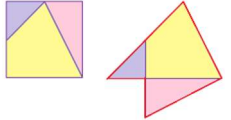


## Блок 3. Площади и периметры

### Интернет-карусель (2022–2023)

#### Задания

- На рисунке изображены три синих квадрата и красный прямоугольник. Периметр прямоугольника равен 15 см. На сколько сантиметров периметр самого большого квадрата превышает периметр самого маленького квадрата? 
- На клетчатой бумаге по линиям сетки нарисовали квадрат. Длина стороны клетки равна 1 см. Этот квадрат произвольным образом разделили на четыре части. Площади трёх частей одинаковы и равны 48 кв. см. Сколько кв. см составляет площадь четвертой, самой маленькой, части? 
- У фермера Иннокентия был квадратный участок площади 16 га. У него обменяли его на другой. У нового форма прямоугольника, меньшая сторона которого равна 200 м. Сколько метров составляет длина большей стороны нового участка? 
- От каждого угла квадрата отрезали прямоугольный треугольник, как показано на рисунке. Периметр каждого из этих треугольников равен 12 см. Периметр оставшейся части в форме четырехугольника равен 20 см. Сколько сантиметров составляет длина стороны квадрата? 
- Прямоугольник двумя линиями разделили на четыре прямоугольника, как показано на рисунке. Площадь части № 1 в полтора раза больше площади части № 2 и втрое меньше площади части № 3. Во сколько раз площадь части № 4 больше площади части № 1? 
- Дан квадрат  $7 \times 7$  с вырезанной угловой клеткой. Вася эту фигуру разрезал по сторонам клеток на прямоугольники. У каждой части есть сторона длины 1. Он выписал площади всех частей и перемножил эти числа. Оказалось, что если поделить эту фигуру на другое количество прямоугольников со стороной 1, то такое произведение площадей частей будет меньше. На сколько частей Вася разрезал фигуру? 
- У Игоря был квадрат со стороной 8 см. Он разрезал его на три части, как показано на рисунке, и сложил из этих частей новую фигуру. Чему равна ее площадь? 
- У Фёдора есть два одинаковых бумажных квадрата. Первый он разрезал на два прямоугольника, периметр каждого из

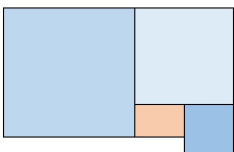
- которых равен 36 см. Вторым квадратом он разрезал на три прямоугольника, периметр каждого из которых равен  $N$  см. Найдите  $N$ .
- Из прямоугольника вырезали квадрат, как показано на рисунке. От этого площади квадрата уменьшилась на 16 кв. см. На сколько сантиметров увеличился периметр? 
  - Из двух одинаковых листов бумаги вырезали два квадрата как показано на рисунке. Площадь одного вырезанного квадрата в 4 раза больше площади другого. Периметры оставшихся после вырезания фигур равны 36 см и 40 см. Сколько кв. см составляет площадь большего из вырезанных квадратов? 
  - Василий нарисовал на клетчатой бумаге 7 квадратов, стороны которых идут по сторонам клеток. Они вместе образуют прямоугольник. Какое наименьшее значение может иметь периметр этого прямоугольника? Длина стороны каждой клетки равна 1. 
  - На каких из данных рисунков площадь фигура поделена на 2 части равной площади? 
  - На серый лист бумаги наклеили два прямоугольника одинакового размера — красный и синий. Потом на лист наклеили полоски белой бумаги шириной 1, как показано на рисунке. Площадь видимой красной части равна 40, а площадь видимой синей — 35. Найдите площадь красного прямоугольника. 
  - Два квадрата приложили друг к другу, как показано на рисунке. Периметр полученной фигуры равен 102 см. Сторона меньшего квадрата равна 13 см. Сколько сантиметров составляет сторона большого квадрата? 
  - Клетчатый прямоугольник  $3 \times 9$  по границам клеток разрезали на  $N$  фигур, среди которых нет одинаковых. Периметры всех частей равны. При каком наибольшем  $N$  такое возможно? Части считать одинаковыми, если их можно совместить наложением (после поворотов или переворотов).

## Блок 3. Площади и периметры

### Интернет-карусель (2022–2023)

#### Ответы, решения, указания

1. На рисунке изображены три синих квадрата и красный прямоугольник.



Периметр прямоугольника равен 15 см. На сколько сантиметров периметр самого большого квадрата превышает периметр самого маленького квадрата?

Ответ: 30.

Решение. Сторона среднего квадрата превышает длину стороны малого квадрата на длину прямоугольника, а сторона большого квадрата превышает длину стороны среднего квадрата на ширину прямоугольника. Тогда сторона большого квадрата больше стороны малого на полупериметр прямоугольника, а периметр большого (он в 4 раза больше стороны) — на 2 периметра прямоугольника, то есть на  $2 \cdot 15 = 30$  см.

2. На клетчатой бумаге по линиям сетки нарисовали квадрат. Длина стороны клетки равна 1 см. Этот квадрат произвольным образом разделили на четыре части. Площади трёх частей одинаковы и равны 48 кв. см. Сколько кв. см составляет площадь четвертой, самой маленькой, части?

Ответ: 25.

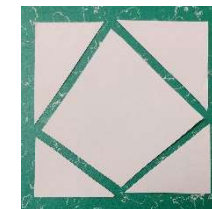
Решение. Суммарная площадь трёх частей равна  $144 = 12^2$  кв. см. Вместе с четвертой частью должен получиться квадрат целого числа. До  $196 = 14^2$  не хватает  $196 - 144 = 52$  — в этом случае четвертая часть не самая маленькая. Значит, площадь квадрата равна  $169 = 13^2$ , а площадь последней части равна  $169 - 144 = 25$ .

3. У фермера Иннокентия был квадратный участок площади 16 га. У него обменяли его на другой. У нового форма прямоугольника, меньшая сторона которого равна 200 м. Сколько метров составляет длина большей стороны нового участка?

Ответ: 800.

Решение. Так как  $16 \text{ га} = 160\,000 \text{ кв м} = 200 \text{ м} \times 800 \text{ м}$ , то искомая длина равна 800 метрам.

4. От каждого угла квадрата отрезали прямоугольный треугольник, как показано на рисунке. Периметр каждого из этих треугольников равен 12 см. Периметр оставшейся части в форме четырёхугольника равен 20 см. Сколько сантиметров составляет длина стороны квадрата?



Ответ: 7.

Решение. Заметим, что сумма периметров треугольников состоит из периметра квадрата и периметра оставшегося четырёхугольника. Значит, периметр квадрата равен  $4 \cdot 12 - 20 = 28$  см, его сторона —  $28 : 4 = 7$  см.

5. Прямоугольник двумя линиями разделили на четыре прямоугольника, как показано на рисунке.

№ 1	№ 2
№ 3	№ 4

Площадь части № 1 в полтора раза больше площади части № 2 и втрое меньше площади части № 3. Во сколько раз площадь части № 4 больше площади части № 1?

Ответ: 2.

Решение. Пусть длина (горизонтальная сторона) прямоугольника № 1 равна  $3a$ , ширина (вертикальная сторона) —  $b$ . Его площадь  $3ab$ .

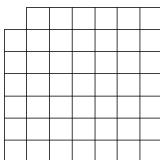
Площадь части № 1 в полтора раза больше площади части № 2. У них общая ширина  $b$ , значит, длина в полтора раза меньше, то есть равна  $2a$ .

Площадь части № 1 втрое меньше площади части № 3. У них общая длина  $3a$ , значит, ширина втрое больше, то есть равна  $3b$ .

Тогда прямоугольник № 4 имеет длину  $2a$  и ширину  $3b$ , его площадь равна  $6ab$ , что в 2 раза больше площади части № 1.

Комментарий. Как известно, в такой ситуации произведение площадей противоположных частей равны (об этом см. задание вводного занятия). Если площадь части № 1 равна  $S$ , то площади частей № 2 и № 3 равны  $S : 1,5$  и  $3S$ . Тогда площадь части № 4 равна  $(S : 1,5) \cdot (3S) : S = 2S$ .

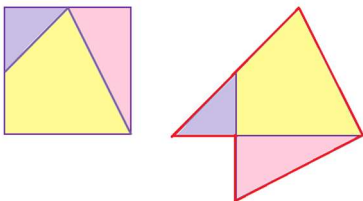
6. Дан квадрат  $7 \times 7$  с вырезанной угловой клеткой. Вася эту фигуру разрезал по сторонам клеток на прямоугольники. У каждой части есть сторона длины 1. Он выписал площади всех частей и перемножил эти числа. Оказалось, что если поделить эту фигуру на другое количество прямоугольников со стороной 1, то такое произведение площадей частей будет меньше. На сколько частей Вася разрезал фигуру?



Ответ: 16.

Решение. Все прямоугольники с площадью большей 4 можно разрезать на два прямоугольника, у которых произведение площадей будет больше. Прямоугольник с площадью 4 и два прямоугольника с площадью 2 это одно и то же. Три прямоугольника с площадью 2 это на 1 хуже, чем два прямоугольника с площадью 3. Поэтому для достижения максимального результата будем резать на прямоугольники площади 3. Это возможно.

7. У Игоря был квадрат со стороной 8 см. Он разрезал его на три части, как показано на рисунке, и сложил из этих частей новую фигуру. Чему равна ее площадь?



Ответ: 64.

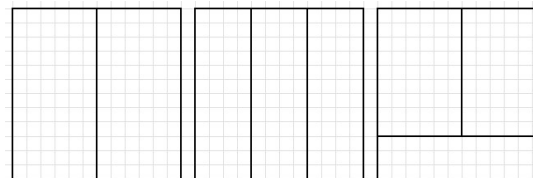
Решение. От перекалывания частей площадь не меняется. Она останется равной  $8 \cdot 8 = 64$  кв. см.

8. У Фёдора есть два одинаковых бумажных квадрата. Первый он разрезал на два прямоугольника, периметр каждого из которых равен 36 см. Второй квадрат он разрезал на три прямоугольника, периметр каждого из которых равен  $N$  см. Найдите  $N$ .

Ответ: 30 или 32.

Решение. При первом разрезании (рисунок 1) периметр части равен сумме длин 3 сторон квадрата. Значит, сторона квадрата равна  $36 : 3 = 12$  см.

Поделить квадрат на 3 прямоугольника можно 2 способами.



Способ 1. Сделать 2 разреза в одном направлении (второй рисунок) и получить 3 равные части — прямоугольники со сторонами  $12 : 3 = 4$  см и 12 см. Их периметр равен  $2 \cdot (4 + 12) = 32$  см.

Способ 2. Можно сделать 2 разреза в 2 разных направлениях (третий рисунок). Если высота нижнего прямоугольника равна  $N$  см, то размеры частей —  $12 \times N$ ,  $6 \times (12 - N)$  и  $6 \times (12 - N)$ . Чтобы периметры были равны, должно выполняться  $12 + N = 6 + (12 - N)$ , откуда  $N = 3$  см. То есть части имеют размеры  $12 \times 3$ ,  $6 \times 9$  и  $6 \times 9$ , их периметры равны  $2 \cdot (3 + 12) = 30$  см.

9. Из прямоугольника вырезали квадрат, как показано на рисунке. От этого площади квадрата уменьшилась на 16 кв. см. На сколько сантиметров увеличился периметр?



Ответ: 8.

Решение. Вырезали квадрат со стороной 4 см. При этом из периметра прямоугольника «пропал» отрезок длины 4 см, и «появились» 3 отрезка длины 4 см. Значит, периметр увеличился на  $4 + 4 + 4 - 4 = 8$  см.

10. Из двух одинаковых листов бумаги вырезали два квадрата как показано на рисунке.

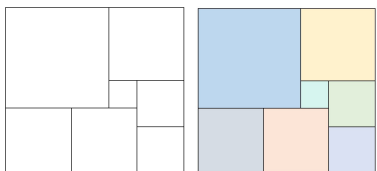


Площадь одного вырезанного квадрата в 4 раза больше площади другого. Периметры оставшихся после вырезания фигур равны 36 см и 40 см. Сколько кв. см составляет площадь большего из вырезанных квадратов?

Ответ: 16.

Решение. Если сторона меньшего квадрата равна  $x$  см, то большего —  $2x$  см. После вырезания квадратов периметр увеличился соответственно на  $2x$  см и  $4x$  см. Значит, разность периметров равна  $4x - 2x = 40 - 36$ ,  $2x = 4$ ,  $x = 2$ . Сторона большего квадрата равна  $2x = 4$ , его площадь  $4^2 = 16$  кв. см.

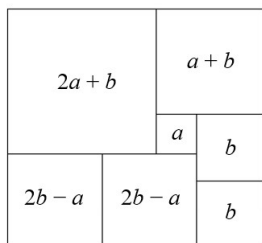
11. Василий нарисовал на клетчатой бумаге 7 квадратов, стороны которых идут по сторонам клеток. Они вместе образуют прямоугольник. Какое наименьшее значение может иметь периметр этого прямоугольника? Длина стороны каждой клетки равна 1.



Ответ: 74.

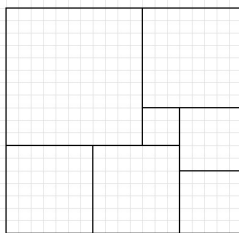
Указание. Прямоугольник с минимальным периметром показан на рисунке справа. Периметр равен  $2 \cdot (18 + 19) = 2 \cdot 37 = 74$ .

Решение (с переменными). Обозначим длины сторон внутреннего квадратика через  $a$ , соседнего с ним справа — через  $b$ . Тогда над ним квадрат со стороной  $a + b$ , слева — со стороной  $2a + b$ . Результата показан на рисунке.

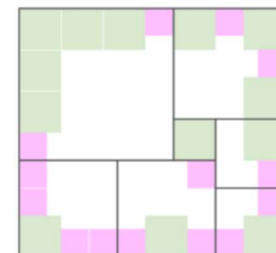


Стороны двух оставшихся квадратов на  $a$  меньше, чем две стороны квадратов со стороной  $b$ , то есть они равны  $2b - a$ .

Длина верхней стороны прямоугольника равна  $(2a + b) + (a + b) = 3a + 2b$ . Длина нижней —  $(2b - a) + (2b - a) + b = 5b - 2a$ . Тогда  $3a + 2b = 5b - 2a$ ,  $5a = 3b$ . Так как  $a$  и  $b$  — целое число сторон клеток, то  $a$  кратно 3. Минимальные значения  $a$  и  $b$  равны 3 и 5, при них получаем минимальный периметр 74, как показан на рисунке выше (см. указание).

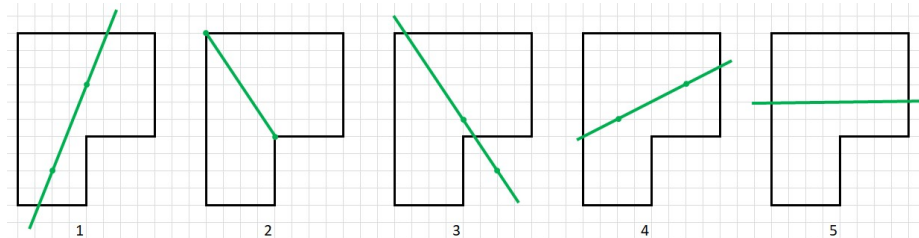


Решение (без переменных). Будем считать длины в сторонах зеленых и фиолетовых квадратиков — зеленым будет меньше из квадратов разбиения, фиолетовым будет квадратик, показанный на рисунке под первым. Важно, что стороны фиолетового тоже идут по сторонам клеток.



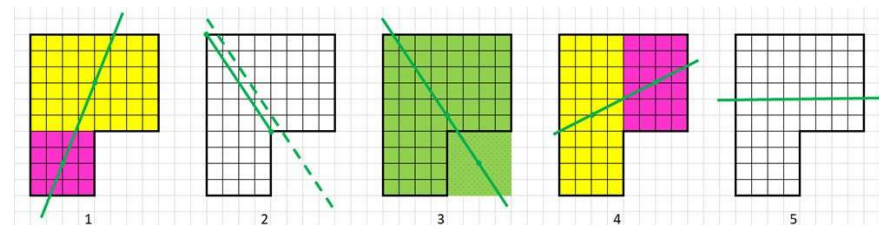
Тогда квадратик можно уложить как показано на рисунке. Верхняя сторона прямоугольника выложена 5 зелеными и 2 фиолетовыми квадратами, нижняя — 3 зелеными и 5 фиолетовыми. Значит, 2 стороны зеленого квадрата равны 3 сторонам фиолетового. Минимальных такие длины равны 3 (у зеленого) и 3 (у фиолетового). При них получаем минимальный периметр 74, как показан на рисунке выше (см. указание).

12. На каких из данных рисунков площадь фигура поделена на две части равной площади?



Ответ: 1 3 4 5

Решение. Рассмотрим каждый из вариантов.



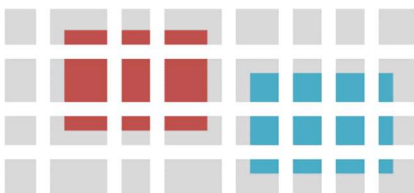
(1)+(4) Прямая, проходящая через центр прямоугольника, делит его на две равные части. Стало быть, она делит пополам и его площадь. Прямые на рисунке 1 и 4 делят пополам желтые и розовые прямоугольники, так как проходят через их центры. Значит, они делят пополам площадь всей фигуры.

(2) Прямая на рисунке 2 проходит параллельно прямой на рисунке 3, только чуть ниже, поэтому она уже не может делить площадь пополам — нижняя площадь меньше.

(3) Достроим фигуру до прямоугольника на рисунке 3. Прямая проходит через центр этого прямоугольника и центр добавленного квадрата в правом нижнем углу, поэтому она тоже делит площадь фигуры пополам.

(5) Всего в нашей фигуре 64 клетки, прямая на рисунке 5 отрезает от нее прямоугольник  $4 \times 8$  — это ровно половина.

13. На серый лист бумаги наклеили два прямоугольника одинакового размера — красный и синий. Потом на лист наклеили полоски белой бумаги шириной 1, как показано на рисунке.

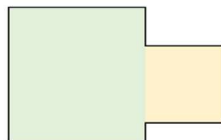


Площадь видимой красной части равна 40, а площадь видимой синей — 35. Найдите площадь красного прямоугольника.

Ответ: 70.

Решение. Сдвинем вместе красные части и сдвинем синие — получим два прямоугольника, красный и синий. У них одинаковая ширина (вертикальная сторона), а длина у красного на 1 больше. При этом площадь красного больше на 5, значит, его ширина равна 5, и стало быть, длина равна  $40 : 5 = 8$ . Поэтому ширина исходного прямоугольника равна  $5 + 2 = 7$ , а длина —  $8 + 2 = 10$ , искомая площадь —  $7 \cdot 10 = 70$ .

14. Два квадрата приложили друг к другу, как показано на рисунке. Периметр полученной фигуры равен 102 см. Сторона меньшего квадрата равна 13 см. Сколько сантиметров составляет сторона большого квадрата?



Ответ: 19.

Решение. Сумма длин горизонтальных сторон фигуры равна сумме длин двух сторон большого и двух сторон малого квадратов. Сумма длин вертикальных сторон фигуры равна сумме длин двух сторон большого квадрата.

Значит, периметр фигуры — это сумма периметра большого квадрата и полупериметра малого. Тогда периметр большого квадрата равен  $102 - 2 \cdot 13 = 76$  см, сторона большого квадрата равна  $76 : 4 = 19$  см.

15. Клетчатый прямоугольник  $3 \times 9$  по границам клеток разрежали на  $N$  фигур, среди которых нет одинаковых. Периметры всех частей равны. При каком наибольшем  $N$  такое возможно? Части считать одинаковыми, если их можно совместить наложением (после поворотов или переворотов).

Ответ 6.

Решение. На рисунке показано, как разрезать фигуру на 6 частей.



Предположим, что удалось разрезать на 7 (или более) частей. Всего в прямоугольнике 27 клеток. Тогда найдётся фигура, в которой не более чем 3 клетки. Действительно, если все фигуры содержат не менее 4 клеток, то всего клеток не менее  $4 \cdot 7 = 28$ , что больше 27.

Периметр у фигур, в которых не более 3 клеток, может быть только 4, 6 или 8. Все такие фигуры содержат не более чем 3 клетки. Но разных фигур из 1, 2 или 3 клеток всего 4 штуки.

Вывод: более 6 фигур не может быть.